ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ
Τ.Θ. 60092, ΑΓΙΑ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ, ΑΤΤΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΗ ΔΙΑΣΥΓΚΡΙΣΗΣ: «ΜΕΤΡΗΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ & ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ ΣΕ ΑΓΝΩΣΤΟ ΔΕΙΓΜΑ ΧΩΜΑΤΟΣ»

Εργαστήριο: ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ. ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ & ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ.

Υπεύθυνος εργαστηρίου: ΑΝΑΠ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ Α. ΜΑΡΑΖΙΩΤΗΣ.

Υπεύθυνος ανάλυσης: ΧΡΗΣΤΟΣ ΑΘ. ΜΑΡΑΜΑΘΑΣ (crsmaram@mech.upatras.gr).

Διεύθυνση: ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ. ΤΜ. ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ & ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ. 2ος ΟΡΟΦΟΣ. ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥΠΟΛΗ, ΠΑΤΡΑ – ΡΙΟ, GR 26500.

Τηλέφωνο / Φαξ: 2610 997241. **E-mail:** maraziot@mech.upatras.gr

Υπογραφή:……

Ημερομηνία: 6 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2004.

Συνεργάτες: ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ Η. ΜΑΥΡΟΓΙΑΝΝΗΣ (pmavrog@upatras.gr).

Για την ΕΕΑΕ μόνο

Κωδικός εργαστηρίου:

5

ΣΥΝΟΛΟ ΑΡΙΘΜΗΜΕΝΩΝ ΣΕΛΙΔΩΝ ΠΑΡΟΥΣΗΣ ΑΝΑΦΟΡΑΣ: 55

Κωδικός εργαστηρίου: 5

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΑΣΚΗΣΗ ΔΙΑΣΥΓΚΡΙΣΗΣ:
«ΜΕΤΡΗΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ & ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ ΣΕ ΑΓΝΩΣΤΟ ΔΕΙΓΜΑ ΧΩΜΑΤΟΣ»

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ: ~10 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2003. **ΧΡΟΝΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:** 200000 seconds.

	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ 31/12/1991, 00:00:00*		ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΟΡΙΟ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ	ΑΝΗΓΜΕΝΟ* ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΟΡΙΟ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ	ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΑΝΙΧΝΕΥΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ		ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΘΕΣΗ ΥΠΟΒΑΘΡΟΥ
ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ	**ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ*** (Bq / kgr)**	**ΑΝΕΠΙΤΥΓΜΕΝΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ*** (Bq / kgr)**	**LLD (Bq)**	**LLD DECAY CORRECTED (Bq)**	**CPS**	**± 1σ**	**KeV**
K-40	4,241E+02	1,03E+01	8,709E-02	8,709E-02	1,898E-03	1,08E-04	
Ra-226	1,985E+01	6,7E-01	1,352E-02	1,352E-02	1,748E-02	3,3E-04	186,1
					7,018E-03	2,54E-04	241,9
					1,009E-02	2,5E-04	295,2
					8,080E-03	2,36E-04	351,9
					4,588E-03	1,69E-04	609,3
					1,830E-03	1,11E-04	1120,3
Ra-228	2,197E+01	1,28E+00	3,884E-02	3,884E-02	1,330E-02	2,7E-04	209,4
					9,640E-03	2,38E-04	270,3
					8,154E-03	1,80E-04	328,1
					8,838E-03	2,38E-04	338,5
					5,072E-03	1,72E-04	463,1
					2,568E-03	1,30E-04	911,2
					2,232E-03	1,25E-04	968,9
Th-228	1,990E+01	7,2E-01	1,016E-02	1,016E-02	7,018E-03	2,54E-04	240,9
					1,304E-02	2,8E-04	238,6
					2,880E-03	1,45E-04	727,2
Th-232	2,041E+01	6,1E-01	1,016E-02	1,016E-02	Ίδια με του Ra-228 και του Th-228**		
U-235	4,997E+00	9,11E-01	1,854E-02	1,854E-02	1,427E-02	3,2E-04	143,8
					1,748E-02	3,3E-04	185,7
U-238	4,977E+01	1,029E+01	1,965E-01	1,965E-01	2,078E-02	4,0E-04	

** Λόγω της μόνιμης ισορροπίας τους εντός της θωράκισης και των υλικών του ανιχνευτή.

Κωδικός εργαστηρίου: 5

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΑΣΚΗΣΗ ΔΙΑΣΥΓΚΡΙΣΗΣ:
«ΜΕΤΡΗΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ & ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ ΣΕ ΑΓΝΩΣΤΟ ΔΕΙΓΜΑ ΧΩΜΑΤΟΣ»

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ: ~10 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2003. **ΧΡΟΝΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ:** 200000 seconds.

	ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ 31/12/1991, 00:00:00*		ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΟΡΙΟ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ	ΑΝΗΓΜΕΝΟ* ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΟΡΙΟ ΑΝΙΧΝΕΥΣΗΣ	ΥΠΟΒΑΘΡΟ ΑΝΙΧΝΕΥΤΙΚΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ		ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΘΕΣΗ ΥΠΟΒΑΘΡΟΥ
ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ	**ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ*** (Bq / kgr)**	**ΑΝΕΠΤΥΓΜΕΝΗ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ*** (Bq / kgr)**	**LLD (Bq)**	**LLD DECAY CORRECTED (Bq)**	**CPS**	**± 1σ**	**KeV**
Mn-54	-	-	9,477E-03	1,423E+02	2,436E-03	9,9E-05	
Co-57	-	-	1,044E-02	6,670E+02	1,368E-02	2,3E-04	
Co-60	-	-	1,085E-02	5,169E-02	1,500E-03	7,7E-05	1173,2
					1,120E-03	6,7E-05	1332,5
Zn-65	-	-	2,395E-02	5,243E+03	1,008E-03	6,3E-05	
Ru-106	-	-	1,516E-01	5,249E+02	3,432E-03	1,46E-04	
Sb-125	-	-	8,320E-02	1,641E+00	1,052E-02	2,1E-04	176,3
					5,640E-03	1,50E-04	427,9
					5,072E-03	1,72E-04	463,4
					4,434E-03	1,78E-04	600,6
					3,510E-03	1,18E-04	606,7
					3,132E-03	1,12E-04	635,9
I-129	-	-	∞	∞	-	-	-
Ba-133	-	-	3,146E-02	6,788E-02	7,320E-03	1,71E-04	79,63
					7,320E-03	1,71E-04	81,01
					9,686E-03	2,48E-04	276,4
					9,686E-03	1,97E-04	302,8
					4,392E-03	1,33E-04	356,0
					6,104E-03	1,56E-04	383,8
Cs-134	4,697E+02	1,34E+01	7,538E-03	4,049E-01	4,742E-03	1,70E-04	475,4
					3,680E-03	1,56E-04	563,2

Cs-134 (ΣΥΝΕΧΕΙΑ)	(4,697E+02)	(1,34E+01)	(7,538E-03)	(4,049E-01)	3,156E-03	1,45E-04	569,3
					2,550E-03	1,01E-04	604,7
					2,766E-03	1,32E-04	795,8
Cs-137	5,396E+03	3,8E+01	7,702E-03	1,013E-02	2,912E-03	1,08E-04	
Am-241	-	-	9,705E-02	9,892E-02	9,930E-03	1,99E-04	

*** Η Ειδική Ενεργότητα και η Αβεβαιότητά της, αναφέρονται σε ξηρή μάζα του δείγματος.

ΤΕΛΟΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ

Κωδικός εργαστηρίου: 5

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

ΑΣΚΗΣΗ ΔΙΑΣΥΓΚΡΙΣΗΣ:
«ΜΕΤΡΗΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ & ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ ΣΕ ΑΓΝΩΣΤΟ ΔΕΙΓΜΑ ΧΩΜΑΤΟΣ»

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ

ΜΕΘΟΔΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Το Εργαστήριό μας ακολουθεί **πάντα** σταθερό πρωτόκολλο (διαδικασία) για την ποιοτική και ποσοτική ανάλυση, μέσω μετρήσεων γ-ακτινοβολίας, των φυσικών και τεχνητών ραδιονουκλιδίων [(a)] που περιέχονται σε στερεά κονιοποιημένα δείγματα. Το ανιχνευτικό / μετρητικό σύστημα που χρησιμοποιείται σε αυτή την περίπτωση (αλλά και σε πολλές άλλες) αποτελείται από:

- Έναν ομοαξονικό ανιχνευτή γ-ακτινοβολίας υπερκαθαρού Γερμανίου με δοχείο ψύξης (Coaxial HPGe detector: CANBERRA).
- Μία θωράκιση για τον ανιχνευτή, αποτελούμενη από Μόλυβδο πάχους 10cm με επένδυση Χαλκού και Χάλυβα (CANBERRA).
- Πυρηνικά ηλεκτρονικά (προενισχυτής, ενισχυτής, κλπ) (NIM nuclear electronics: CANBERRA).
- Έναν μετατροπέα σήματος (από αναλογικό σε ψηφιακό) (ADC CANBERRA 16000 channels).
- Έναν πολυκαναλικό αναλυτή ύψους παλμών (MCA CANBERRA SERIES 35, 4096 channels).
- Έναν υπολογιστή 586 PC, ο οποίος επικοινωνεί και συνεργάζεται με τον πολυκαναλικό αναλυτή.
- Δύο συνεργαζόμενα προγράμματα γ-φασματοσκοπίας, εγκατεστημένα στον προαναφερθέντα υπολογιστή (SPECTRAN - AT V4.0 & FITZPEAKS32 – V3.45, γ – Spectroscopy (analysis and calibration) software: CANBERRA & Jim Fitzgerald αντιστοίχως).

Η λειτουργία της παραπάνω διάταξης περιληπτικά περιγράφεται ως εξής: Το δείγμα, ειδικά συσκευασμένο, τοποθετείται πλησίον του ενεργού όγκου του ανιχνευτή, σε συγκεκριμένη θέση εντός της θωράκισής του. Η θωράκιση χρησιμοποιείται για την μείωση της ποσότητας της φυσικής ακτινοβολίας υποβάθρου που προσπίπτει στον ανιχνευτή, αλλά και για την αποφυγή της πιθανής ακτινοβόλησης των εργαζομένων από το μετρούμενο δείγμα. Η γ-ακτινοβολία που εκπέμπεται από αυτό και είναι ποιοτικά και ποσοτικά εξαρτώμενη από τα εμπεριεχόμενα

ραδιονουκλίδια και την συγκέντρωσή τους στο δείγμα, προσπίπτει στον ηλεκτρικά πολωμένο ενεργό όγκο (κρύσταλλο) του ανιχνευτή και δημιουργεί ηλεκτρονικό σήμα (παλμούς). Το ύψος των παλμών εξαρτάται από την ραδιοϊσοτοπική σύσταση του δείγματος και ο αριθμός τους ανά μονάδα χρόνου και ανά συγκεκριμένο ύψος παλμών είναι συνάρτηση της συγκέντρωσης των εν λόγω ραδιονουκλιδίων στο δείγμα. Επειδή το σήμα που δημιουργείται είναι μικρό και υπάρχει κίνδυνος παραμόρφωσης ή και απορρόφησής του κατά την διαδρομή του προς τον αναλυτή, προενισχύεται στην έξοδό του από τον ανιχνευτή και κατευθύνεται προς τον φασματοσκοπικό ενισχυτή για την τελική του ενίσχυση. Στη συνέχεια, ικανό πλέον να «δώσει» όλη την πληροφορία που περιέχει για το δείγμα, ψηφιοποιείται και εισέρχεται στον πολυκαναλικό αναλυτή ύψους παλμών. Στον αναλυτή, οι εισερχόμενοι ψηφιακοί παλμοί διαχωρίζονται σε 4096 διαδοχικές περιοχές ύψους (κανάλια) σύμφωνα με το ύψος τους, καταμετρούνται για κάθε περιοχή ξεχωριστά καθ' όλη την καθαρή χρονική διάρκεια της μέτρησης $\mathbf{T_l}$ (live time), και καταγράφεται ο αριθμός τους στην μνήμη του αντίστοιχου καναλιού παράγοντας κατ' αυτόν τον τρόπο το φάσμα του δείγματος. Μετά το πέρας της συλλογής (μέτρησης) του φάσματος, αυτό μεταφέρεται και αποθηκεύεται σε συνδυασμό και με τα υπόλοιπα δεδομένα του δείγματος (μάζα, χρονική στιγμή δειγματοληψίας, γεωμετρία μέτρησης, κλπ, που τα εισάγει ο υπεύθυνος της ανάλυσης ή ο χειριστής), στον σκληρό δίσκο του υπολογιστή με την βοήθεια του SPECTRAN - AT V4.0 και καθίσταται έτσι δυνατή η μαθηματική επεξεργασία και ανάλυσή του (οποιαδήποτε επιθυμητή στιγμή). Τελικά, μέσω του προγράμματος FITZPEAKS32 – V3.45 πραγματοποιείται μαθηματική επεξεργασία και ανάλυση του φασματικού αρχείου, προς εξαγωγή ποιοτικών και ποσοτικών αποτελεσμάτων για τα εμπεριεχόμενα ραδιονουκλίδια στο δείγμα. Επισημαίνεται ότι:

- Το ανιχνευτικό / μετρητικό σύστημα που περιγράφηκε είναι ανεπτυγμένο σε ξεχωριστό χώρο του Εργαστηρίου, μη προσπελάσιμο από μη εξουσιοδοτημένο προσωπικό.
- Ο χώρος αυτός κλιματίζεται μόνιμα ώστε να βρίσκεται στην σταθερή θερμοκρασία των 23°C για την ομαλή λειτουργία των ηλεκτρονικών οργάνων.
- Δεν υπάρχει άμεση επαφή με τον εξωτερικό αέρα, για την αποφυγή μόλυνσης του χώρου από αερομεταφερόμενα ραδιενεργά σωματίδια σε περίπτωση πυρηνικών ατυχημάτων, αλλά και από την σκόνη που περιέχει φυσική ραδιενέργεια.
- Γίνεται τακτικός σχολαστικός καθαρισμός του χώρου και των οργάνων για την αποφυγή επιμολύνσεων.
- Τα δείγματα καθαρίζονται σχολαστικά πριν την εισαγωγή τους στον ανιχνευτή για την αποφυγή τυχόν μολύνσεών του.
- Η χρήση χειρουργικών γαντιών και λαβίδας που καθαρίζεται πριν από κάθε μεταχείριση, είναι καθιερωμένη για τους ίδιους λόγους.
- Η τροφοδοσία ηλεκτρικής ισχύος για όλα τα όργανα γίνεται μέσω σταθεροποιητή / τροφοδοτικού / συσσωρευτή (UPS), για την εξασφάλιση της σταθεροποιημένης τάσης των 220V, της σταθερής συχνότητας των 50Hz (που χρειάζονται για την σταθεροποιημένη λειτουργία των οργάνων) και της συνέχισης της λειτουργίας του συστήματος σε περίπτωση διακοπής ρεύματος.
- Οι ρυθμίσεις των πυρηνικών ηλεκτρονικών (ενίσχυση, υψηλή τάση, κλπ) παραμένουν πάντα σταθερές, εκτός αν έχει προκύψει σοβαρό θέμα που απαιτεί τον επαναπροσδιορισμό τους, και ελέγχονται από τον χειριστή για τυχόν ανεπιθύμητες αλλαγές πριν από τη μέτρηση κάθε δείγματος.

- Γίνεται έλεγχος ρουτίνας της ποιότητας της ενεργειακής βαθμονόμησης του συστήματος, πριν από τη μέτρηση κάθε δείγματος.
- Η ενεργειακή βαθμονόμηση και αυτή της απόδοσης του συστήματος (energy & efficiency calibration) για όλες τις χρησιμοποιούμενες γεωμετρίες δείγματος από το Εργαστήριο, γίνονται περιοδικά με πρότυπα δείγματα του Δ.Ο.Α.Ε. (I.A.E.A.), του N.I.S.T., του NRC-CNRC και της εταιρίας AMERSHAM.
- Η δειγματοληψία, η επεξεργασία, οι μετρήσεις των δειγμάτων και οι βαθμονομήσεις του συστήματος γίνονται πάντα από εξειδικευμένους εξουσιοδοτημένους συνεργάτες του Εργαστηρίου.
- Όλα τα παραπάνω ελέγχονται πάντα από τον υπεύθυνο της ανάλυσης και τον υπεύθυνο του Εργαστηρίου.

Η μέθοδος βάσει της οποίας έχει ρυθμιστεί το πρόγραμμα FITZPEAKS32 – V3.45 ώστε να πραγματοποιεί την ανάλυση ενός φάσματος είναι η εξής: Αρχικά το λογισμικό «διαβάζει» το επιθυμητό φασματικό αρχείο και όλες τις συνοδευτικές πληροφορίες [(b)] για το δείγμα. Κατόπιν γίνεται ανίχνευση των κορυφών σε όλη την έκταση του φάσματος. Η αναζήτηση ξεκινάει με τον υπολογισμό μίας τιμής **SS** (smoothed second difference value ≡ **SS**) για τα δεδομένα κάθε καναλιού **i** (όπου **i** = 1,2,3,4,…,4095). Ο υπολογισμός αυτός αρχίζει να πραγματοποιείται με την εφαρμογή / επίδραση μίας ομάδας συντελεστών στα δεδομένα της περιοχής καναλιών που έχει κεντρικό κανάλι το **i** και πλάτος **2*k**. Η ομάδα συντελεστών ορίζεται από την σχέση:

$$\mathbf{c(j) = \{[100*(j^2-w^2)] / w^2\}*EXP\{-[j^2/(2*w^2)]\}}$$

όπου:

- **j** ≡ μία απόσταση μετρούμενη από το κεντρικό κανάλι **i** σε κανάλια.
- **c(j)** ≡ ο προς υπολογισμό συντελεστής.
- **w** ≡ το Γκαουσιανό πλάτος στο κανάλι **i**. Το πλάτος αυτό ορίζεται ως το γινόμενο της τιμής **GW** για κάθε κανάλι **i**, που έχει παραχθεί από τη βαθμονόμηση του συστήματος, επί τον παράγοντα 1.6: **w = 1.6GW**.
- Ο συντελεστής **c(0)** ≡ -100.
- **k** ≡ ο αριθμός των συντελεστών [**c(j)**], εκτός του **c(0)**, των οποίων η απόλυτη τιμή είναι μεγαλύτερη της μονάδας [$|\mathbf{c(j)}| > \mathbf{1}$].

Επισημαίνουμε ότι η μέγιστη τιμή του συντελεστή **j** προσαρμόζεται έτσι ώστε το άθροισμα **c(1)+c(2)+…+c(k) = -50** (να είναι ίσο με –50). Ως παράδειγμα παραθέτουμε την περίπτωση όπου το Γκαουσιανό πλάτος στο κανάλι **i** είναι **w = 2.0** και: **c(0) = -100, c(1) = -66, c(2) = 0, c(3) = =41, c(4) = 41, c(5) = 23, c(6) = 9, c(7) = 2.5, c(8) = 0.5**. Άρα **k = 7** και η τιμή **SS** θα υπολογιστεί για τα δεδομένα της περιοχής των 15 καναλιών με κεντρικό κανάλι το **i**. Η τιμή **SS** μπορεί να υπολογιστεί στην συνέχεια από την σχέση:

$$\mathbf{SS = -(DD / SD)}$$

όπου:

- $\mathbf{DD} = \sum_{j=-k}^{k} [c(j) \cdot n(i+j)]$, και $\mathbf{SD} = \sqrt{\sum_{j=-k}^{k} \{[c(j)]^2 \cdot n(i+j)\}}$.
- **n(i)** ≡ τα καταγεγραμμένα γεγονότα (παλμοί) στο κανάλι **i**.
- **c(j)** ≡ ο προς υπολογισμό συντελεστής.

Καθώς η σάρωση των καναλιών του φάσματος έχει ολοκληρωθεί, έχει υπολογισθεί για κάθε κανάλι **i** η τιμή **SS(i)**. Η τιμή αυτή γίνεται μέγιστη και θετική στα πλησιέστερα κανάλια ως προς το κέντρο μίας κορυφής, ενώ καθίσταται αρνητική κατά την απομάκρυνση από το κέντρο επάνω στις δύο πλευρές της. Συγκεκριμένα, όταν κατά τη σάρωση των καναλιών του φάσματος (από τα μικρότερα προς τα μεγαλύτερα κανάλια) ισχύσει για το $\mathbf{i_1}$ κανάλι: $\mathbf{SS(i_1) \geq 2.0}$, τότε αυτό ορίζεται ως το αρχικό κανάλι της περιοχής μίας πιθανής κορυφής. Το αντίστοιχο τελικό κανάλι της περιοχής ορίζεται ως εκείνο το κανάλι $\mathbf{i_2}$ για το οποίο θα ξεκινήσει ξανά να ισχύει: $\mathbf{SS(i_2) < 2.0}$ (κατά την συνέχιση της σάρωσης). Για την επικύρωση ύπαρξης κορυφής στην προαναφερθείσα περιοχή, η μέγιστη τιμή **SS** της περιοχής πρέπει να είναι μεγαλύτερη του 3.7 ($\mathbf{SS_{max} \geq 3.7}$). Εάν αυτή η συνθήκη ικανοποιείται η ύπαρξη κορυφής είναι μια πραγματικότητα, ενώ το αρχικό και το τελικό της κανάλι είναι το $\mathbf{i_1}$ και το $\mathbf{i_2}$ αντίστοιχα. Το κεντρικό της κανάλι (**CP**) υπολογίζεται από την σχέση:

$$\mathbf{CP} = \sum_{i=i_1}^{i_2} \{[SS(i)] \cdot i\} \Big/ \sum_{i=i_1}^{i_2} [SS(i)],$$

και μαζί με τα $\mathbf{i_1}$ και $\mathbf{i_2}$ αποθηκεύονται προσωρινά σε λίστα κορυφών του υπό ανάλυση φάσματος. Για μεγαλύτερη ακρίβεια, η αναζήτηση κορυφών συντελείται ξανά με τον ίδιο αλγόριθμο αλλά σε αυτή τη φάση η σάρωση γίνεται μόνο για τα κανάλια που ανήκουν στις περιοχές των ήδη (προσωρινά) αποθηκευμένων κορυφών, και θεωρώντας τον συντελεστή **w** ίσο αυτή τη φορά με την τιμή **GW**, που έχει παραχθεί από τη βαθμονόμηση του συστήματος για κάθε κανάλι **i** (**w = GW**). Αν και σε αυτή την σάρωση εντοπισθούν καινούριες κορυφές, τότε τα κεντρικά τους κανάλια αποθηκεύονται στην προαναφερθείσα λίστα αναιρώντας τα αντίστοιχα προσωρινά αποθηκευμένα κεντρικά κανάλια. Ένας τελικός έλεγχος για κορυφές πραγματοποιείται ξανά με τον ίδιο αλγόριθμο με την διαφορά ότι η σάρωση γίνεται μόνο για τα κανάλια που δεν ανήκουν στις περιοχές των ήδη αποθηκευμένων κορυφών, και θεωρώντας τον συντελεστή **w** ίσο αυτή τη φορά με το γινόμενο της τιμής **GW** για κάθε κανάλι **i**, επί τον παράγοντα 2.56 (**w = 2.56GW**). Εξυπακούεται ότι αν και στην τελική σάρωση εντοπισθούν κορυφές, τότε τα κεντρικά τους κανάλια μαζί με τα αντίστοιχα $\mathbf{i_1}$ και $\mathbf{i_2}$ προστίθενται στην προαναφερθείσα λίστα. Η λίστα αυτή στην τελική μορφή που έχει αποκτήσει μετατρέπεται βάσει της εξίσωσης της ενεργειακής βαθμονόμησης, σε ενεργειακό πίνακα κορυφών ο οποίος οριστικοποιείται και είναι διαθέσιμος για την περαιτέρω επεξεργασία και ανάλυση του φάσματος. Στην περίπτωση της άσκησης, που υπήρχε ενδιαφέρον για κάποια συγκεκριμένα ραδιονουκλίδια και η ενεργότητά τους αναμενόταν συγκρίσιμη με το ελάχιστο όριο ανίχνευσης του συστήματος, εφαρμόστηκε στη συνέχεια των παραπάνω και ένας ακόμα έλεγχος: Από επί τούτου κατασκευασμένη βάση δεδομένων [(c)] για τα συγκεκριμένα ραδιονουκλίδια, έγινε σύγκριση των αναμενόμενων εκπεμπόμενων ενεργειών τους

με αυτές του παραπάνω ενεργειακού πίνακα που παράχθηκε για το εκάστοτε φάσμα του μελετούμενου δείγματος. Το αποτέλεσμα ήταν να διαπιστωθεί η ύπαρξη κάποιων ραδιοϊσοτόπων της βάσης δεδομένων στο δείγμα. Για τα νουκλίδια όμως που δεν βρέθηκαν, έγινε αυτόματα ορισμός των περιοχών των κορυφών τους στο φάσμα και ακολούθησε η κατασκευή απλής προσεγγιστικής καμπύλης, προκύπτουσας από τα δεδομένα των καναλιών της κάθε περιοχής (simple fit). Εάν η καμπύλη όριζε αρνητική περιοχή (net area) για την αντίστοιχη κορυφή ή η αβεβαιότητα της περιοχής ήταν μεγάλη, η κορυφή απορριπτόταν και το αντίστοιχο ραδιοϊσότοπο αποκλειόταν. Στην περίπτωση που η καμπύλη όριζε επιτυχώς την αντίστοιχη κορυφή, τότε γινόταν προσθήκη της στον ενεργειακό πίνακα.

Κατόπιν των παραπάνω, το λογισμικό εκτελεί την επόμενη διαδικασία ώστε: α) να υπολογιστεί το εμβαδόν **N** της περιοχής κάτω από κάθε γ-κορυφή (net area counts), β) να επιλεγούν βάσει κριτηρίων ποιότητας οι τελικές κορυφές από τον ενεργειακό πίνακα και γ) από αυτές συναρτήσει του τελικού εμβαδού τους **A** σε συνδυασμό με τον $\mathbf{T_I}$, και της απόδοσης **E** του συστήματος στην αντίστοιχη ενέργεια και γεωμετρία δείγματος, να γίνει ποσοτικός προσδιορισμός του ρυθμού παραγωγής ακτινοβολίας γ της αντίστοιχης ενέργειας, στο μετρούμενο δείγμα: Αρχικά, στην περιοχή κάθε κορυφής του ενεργειακού πίνακα, με βάση τα δεδομένα των αντιστοίχων καναλιών, κατασκευάζεται Γκαουσιανή προσεγγιστική καμπύλη με ουρές που περιγράφονται από εκθετική συνάρτηση. Για τις κορυφές που τα κέντρα τους απέχουν κατά **r** κανάλια, όπου $\mathbf{r \le \lambda \cdot GW}$, με $\boldsymbol{\lambda \le 10}$ [(d)], η προσεγγιστική καμπύλη είναι ενιαία αποτελούμενη από την εικονική ένωση των αντιστοίχων Γκαουσιανών, και ορίζει μία πολλαπλή κορυφή. Επισημαίνεται ότι οι παραπάνω προσεγγιστικές καμπύλες βρίσκονται επάνω από την συνέχεια υποβάθρου του φάσματος (background continuum), η οποία με την σειρά της προσεγγίζεται από καμπύλη που η συνάρτησή της μεταβάλλεται από το πρόγραμμα σύμφωνα με την περίσταση. Πιο συγκεκριμένα, αν υπάρχει επάνω από τη συνέχεια απλή κορυφή και η παραβολική ($2^{ου}$ βαθμού) προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας βελτιώνει σημαντικά την προσέγγιση της κορυφής, τότε χρησιμοποιείται. Σε αντίθετη περίπτωση κατασκευάζεται μία γραμμική προσεγγιστική καμπύλη για την συνέχεια στην εν λόγο περιοχή. Αν επάνω από τη συνέχεια βρίσκεται πολλαπλή κορυφή και η γραμμική προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας δεν εκφυλίζει την κορυφή, τότε χρησιμοποιείται, ενώ σε αντίθετη περίπτωση κατασκευάζεται μία παραβολική ($2^{ου}$ βαθμού) προσεγγιστική καμπύλη για την συνέχεια. Και στις δύο παραπάνω περιπτώσεις, εάν η συνέχεια υποβάθρου έχει «κλιμακωτή» μορφή, τότε η συνάρτηση προσέγγισής της αντιστοιχεί σε μία επικλινή γραμμική προσεγγιστική καμπύλη κάτω από την κορυφή, η οποία έχει οριζόντιους τομείς σε κάθε άκρο της (κορυφής). Για την κατασκευή της προσεγγιστικής καμπύλης κάθε κορυφής από τα δεδομένα των αντιστοίχων καναλιών, πραγματοποιείται η ελαχιστοποίηση της έκφρασης των ελαχίστων τετραγώνων:

$$\mathbf{Chisq} = \sum_{i=i_1}^{i_2} \{[n(i) - b(i) - Pk(i)]^2 / n(i)\}$$

όπου:

- **Chisq** ≡ Chi-squared.
- **n(i)** ≡ τα καταγεγραμμένα γεγονότα (παλμοί) στο κανάλι **i**.

- **b(i)** ≡ η τιμή της εξίσωσης της προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας υποβάθρου στο κανάλι **i**. Για παραβολική προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας ισχύει: $\mathbf{b(i) = p_1 + p_2*(i - i_1) + p_3*(i - i_1)^2}$, ενώ για γραμμική προσεγγιστική καμπύλη έχουμε: $\mathbf{b(i) = p_1 + p_2 * (i - i_1)}$.
- $\mathbf{i_1}$ ≡ το αρχικό κανάλι της περιοχής της κορυφής.
- $\mathbf{i_2}$ ≡ το τελικό κανάλι της περιοχής της κορυφής.
- **Pk(i)** ≡ η συνεισφορά της κάθε περιεχόμενης απλής πραγματικής κορυφής στην εμφανιζόμενη απλή ή πολλαπλή κορυφή, η οποία ορίζεται ως εξής: $\mathbf{Pk(i)} = \sum_{m=1}^{np} \mathbf{f(i,m)}$, όπου **np** ≡ ο αριθμός των κορυφών στην εμφανιζόμενη πολλαπλή κορυφή. Οι τρεις παρακάτω εκφράσεις χρησιμοποιούνται για το **f(i,m)**, ανάλογα με την θέση του καναλιού **i** ως προς την εκάστοτε περιεχόμενη πραγματική κορυφή **m** στην εμφανιζόμενη κορυφή:
  1. $\mathbf{f(i,m) = h(m) \cdot EXP\{0.5 \cdot Lt \cdot [2 \cdot i - 2 \cdot Cp(m) + Lt] / (GW)^2\}}$, όταν $\mathbf{i < [Cp(m) - Lt]}$.
  2. $\mathbf{f(i,m) = h(m) \cdot EXP\{-0.5 \cdot [i - Cp(m)]^2 / (GW)^2\}}$, όταν $\mathbf{[Cp(m) - Lt] < i < [Cp(m) + Ht]}$.
  3. $\mathbf{f(i,m) = h(m) \cdot EXP\{0.5 \cdot Ht \cdot [-2 \cdot i + 2 \cdot Cp(m) + Ht] / (GW)^2\}}$, όταν $\mathbf{i > [Cp(m) + Ht]}$.

  όπου:
  - **h(m)** ≡ το ύψος της κορυφής **m** (≅ **n[Cp(m)]**).
  - **Cp(m)** ≡ το κεντρικό κανάλι της κορυφής **m**.
  - **GW** ≡ το Γκαουσιανό πλάτος για κάθε κανάλι **i**, που έχει παραχθεί από τη βαθμονόμηση του συστήματος.
  - **Lt** ≡ η απόσταση σε κανάλια, από το κεντρικό κανάλι της κορυφής **m**, για την οποία ξεκινά ν' αποκλίνει η Γκαουσιανή προσεγγιστική καμπύλη της κορυφής από την πραγματική Γκαουσιανή, στη θέση της ουράς των χαμηλών ενεργειών της. Η τιμή της **Lt** για κάθε κανάλι **i** έχει παραχθεί από τη βαθμονόμηση του συστήματος.
  - **Ht** ≡ η απόσταση σε κανάλια, από το κεντρικό κανάλι της κορυφής **m**, για την οποία ξεκινά ν' αποκλίνει η Γκαουσιανή προσεγγιστική καμπύλη της κορυφής από την πραγματική Γκαουσιανή, στη θέση της ουράς των υψηλών ενεργειών της. Η τιμή της **Ht** για κάθε κανάλι **i** έχει παραχθεί από τη βαθμονόμηση του συστήματος.

Η ελαχιστοποίηση της έκφρασης των ελαχίστων τετραγώνων γίνεται δυνατή με κατάλληλο προσδιορισμό, από το πρόγραμμα, των παραμέτρων $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$, $\mathbf{p_3}$ και **h(m)** στην περίπτωση της παραβολικής προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας υποβάθρου, ή των $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$ και **h(m)** στην περίπτωση της γραμμικής προσεγγιστικής καμπύλης. Προσδιορίζονται επίσης και τα **BCESP** [(e)], $\mathbf{i_1}$ και $\mathbf{i_2}$ λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό: **BCESP ≤ 10κανάλια**. Η παράμετρος **BCESP** (Background Cannels Each Side of Peak) ορίζεται ως ο αριθμός καναλιών της συνέχειας υποβάθρου, τα οποία βρίσκονται αριστερά και δεξιά εκτός της περιοχής μίας κορυφής (πολλαπλής ή όχι) και συμμετέχουν στην κατασκευή της προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας (γραμμικής ή παραβολικής). Επισημαίνεται ότι η εξίσωση ελαχίστων τετραγώνων λύνεται με αντιστροφή πίνακα, κατάλληλα κατασκευασμένου από

το πρόγραμμα, παράγοντας τις $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$, **h(m)**, **BCESP**, $\mathbf{i_1}$ και $\mathbf{i_2}$ (και $\mathbf{p_3}$ εάν η προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας υποβάθρου είναι παραβολική), και κατ' επέκταση την αντίστοιχη Γκαουσιανή προσεγγιστική καμπύλη. Παράλληλα παράγεται και ο δείκτης **GF** (Goodness of Fit) ο οποίος ορίζεται ως το πηλίκο: $\mathbf{Chisq/[(i_2 - i_1) - PAR]}$, όπου **PAR** ≡ ο αριθμός των προς υπολογισμό παραμέτρων. Στην περίπτωση που **GF > 2** [(f)] τότε μεταβάλλονται κατά ελάχιστη ποσότητα τα **Cp(m)**, **GW** και **Lt** (που έχουν παραχθεί από τη βαθμονόμηση του συστήματος) και η επίλυση της εξίσωσης ελαχίστων τετραγώνων επαναλαμβάνεται. Ξαναγίνεται έλεγχος του **GF** και επαναλαμβάνεται η παραπάνω ρουτίνα έως ότου να ικανοποιηθεί η συνθήκη: $\mathbf{1 \le GF \le 2}$. Σε αύτη την περίπτωση η Γκαουσιανή προσεγγιστική καμπύλη της αναλυόμενης κορυφής παράγεται από τα αποτελέσματα της επίλυσης της τελευταίας επανάληψης. Εάν από την αρχική κιόλας επίλυση της εξίσωσης ελαχίστων τετραγώνων ικανοποιείται η παραπάνω συνθήκη, η αρχικά παραγόμενη προσεγγιστική καμπύλη της αντίστοιχης κορυφής θεωρείται από το λογισμικό ικανοποιητική και η ανάλυση προχωράει στο επόμενο βήμα της (χωρίς να πραγματοποιείται η διαδικασία των επαναλήψεων). Στη συνέχεια της ανάλυσης, το εμβαδόν **N** της καθαρής περιοχής κάτω από κάθε γ-κορυφή (net area counts) υπολογίζεται από την ολοκλήρωση [(g)] της συνάρτησης που περιγράφει την αντίστοιχη Γκαουσιανή προσεγγιστική καμπύλη, ενώ η αντίστοιχη ανεπτυγμένη αβεβαιότητα $\mathbf{U_N}$ της περιοχής υπολογίζεται με βάση τα διαγώνια στοιχεία του παραπάνω αντιστρόφου πίνακα. Ακολουθεί έλεγχος για την εκ' νέου οριστικοποίηση των κορυφών του φάσματος που θ' αναλυθούν περαιτέρω, σύμφωνα με τα εξής κριτήρια: α) πρέπει να ισχύει η συνθήκη $\mathbf{N > 0}$, β) πρέπει να ισχύει η συνθήκη $\mathbf{(U_N/N) \le 0.3}$ και γ) πρέπει οι κορυφές να μην είναι υπερβολικά κοντά μεταξύ τους. Εάν πληρούνται και τα τρία προηγούμενα κριτήρια για ορισμένες κορυφές, τότε αυτές οριστικοποιούνται. Οι υπόλοιπες κορυφές του φάσματος (που δεν ικανοποιούν κάποια ή όλες τις συνθήκες) απορρίπτονται από τη λίστα μόνο με την επιβεβαίωση του χρήστη του προγράμματος, σε ανάλογη ερώτησή του για την καθεμία ξεχωριστά. Η αφαίρεση του αντίστοιχου ανηγμένου περιβαλλοντικού υποβάθρου $\mathbf{[(T_l/T_{l_{BKG}}) \cdot G_{BKG}]}$, εάν υπάρχει [(h)], από το εμβαδόν **N** της κάθε κορυφής της λίστας, προς εξαγωγή του τελικού της εμβαδού **A**, είναι το επόμενο στάδιο της διαδικασίας που περιγράφεται. Σε αυτό το στάδιο εξάγεται και η ανεπτυγμένη αβεβαιότητα $\mathbf{U_A}$ του τελικού εμβαδού της εκάστοτε κορυφής, ως αποτέλεσμα συνδυασμού της $\mathbf{U_N}$ και της ανηγμένης $\mathbf{[(T_l/T_{l_{BKG}}) \cdot U_{G_{BKG}}]}$. Πρέπει να ειπωθεί ότι η μέτρηση του περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή, προηγείται της βαθμονόμησης της απόδοσης του συστήματος και των μετρήσεων των δειγμάτων και η ανάλυση του φάσματός του συμπεριλαμβάνει όλες τις προηγούμενες διαδικασίες. Επιπροσθέτως τα αποτελέσματα της ανάλυσης, δηλαδή η χρονική διάρκεια της μέτρησης $\mathbf{T_{l_{BKG}}}$ (live time) και η λίστα των τελικών κορυφών του φάσματος μαζί με τα αντίστοιχα εμβαδά $\mathbf{G_{BKG}}$ τους και την ανεπτυγμένη αβεβαιότητά τους $\mathbf{U_{G_{BKG}}}$, αποθηκεύονται σε ειδικό αρχείο, το οποίο ανακαλείται και χρησιμοποιείται για την παραπάνω αφαίρεση κατά την βαθμονόμηση της απόδοσης και την ανάλυση του φάσματός των δειγμάτων. Μετά τον προσδιορισμό του **A** σύμφωνα με τα προηγούμενα, για κάθε κορυφή της λίστας, γίνεται ένας ακόμα έλεγχος για την εκ' νέου οριστικοποίηση των εναπομεινάντων κορυφών του φάσματος που θ' αναλυθούν περαιτέρω, σύμφωνα με τα εξής κριτήρια: α) πρέπει να ισχύει η συνθήκη $\mathbf{A > 0}$ και β) πρέπει να ισχύει η συνθήκη $\mathbf{(U_A/A) \le 0.3}$. Οι κορυφές του φάσματος που δεν πληρούν το πρώτο κριτήριο ή και τα δύο απορρίπτονται από τη λίστα αυτόματα, ενώ οι κορυφές που δεν ικανοποιούν μόνο τη δεύτερη εκ των συνθηκών απορρίπτονται μόνο με την επιβεβαίωση του χρήστη. Τελικά, για κάθε κορυφή της τελευταία οριστικοποιημένης λίστας γίνεται ποσοτικός προσδιορισμός του ρυθμού παραγωγής

ακτινοβολίας γ της αντίστοιχης ενέργειας, στο μετρούμενο δείγμα. Ο εν λόγο προσδιορισμός λαμβάνει χώρα με διαίρεση του τελικού εμβαδού **A** προς την απόδοση **E** του συστήματος στην αντίστοιχη ενέργεια και γεωμετρία δείγματος (που έχει παραχθεί από τη βαθμονόμηση απόδοσης του συστήματος για την αντίστοιχη γεωμετρία δείγματος) καθώς και προς τον $\mathbf{T_I}$.

Στη συνέχεια της ανάλυσης του φάσματος εκτελείται ο ποιοτικός και ποσοτικός προσδιορισμός των ραδιονουκλιδίων του μετρημένου δείγματος. Ο ποιοτικός προσδιορισμός έχει ως αρχική βάση του τις κορυφές της τελευταία οριστικοποιημένης λίστας, ενώ ο ποσοτικός βασίζεται αρχικά στον ρυθμό παραγωγής ακτινοβολίας γ της αντίστοιχης ενέργειας κάθε κορυφής της λίστας. Και οι δύο προσδιορισμοί είναι αλληλοεξαρτώμενοι και είναι άμεσα συνδεδεμένοι με τα δεδομένα [(c)], που έχουν αποθηκευτεί στο ανάλογο αρχείο του λογισμικού από τον υπεύθυνο ανάλυσης, για κάθε ραδιοϊσότοπο ενδιαφέροντος. Οι αλγόριθμοι-ρουτίνες με τις οποίες γίνονται οι προσδιορισμοί αυτοί είναι οι εξής: Αρχικά γίνεται σύγκριση όλων των χρόνων ημίσειας ζωής $\mathbf{T_{1/2}}$ των ραδιονουκλιδίων της βάσης δεδομένων [(c)] που χρησιμοποιείται, με την ηλικία του μετρούμενου δείγματος $\mathbf{T_{decay}} + \mathbf{T_{real}}$. Έτσι τα νουκλίδια με χρόνο ημίσειας ζωής είκοσι φορές μικρότερο από την ηλικία του δείγματος ($(\mathbf{T_d} + \mathbf{T_r}) \geq \mathbf{20} \cdot \mathbf{T_{1/2}}$), απορρίπτονται εξ αρχής από την ανάλυση. Στη συνέχεια τροποποιείται η λίστα των ενεργειών για κάθε [(i)] ισότοπο της βάσης δεδομένων, έτσι ώστε να διατάσσονται από την ενέργεια με την μεγαλύτερη πιθανότητα εκπομπής (yield) προς αυτή με την μικρότερη. Ακολουθεί σύγκριση των ενεργειών της τροποποιημένης λίστας κάθε [(i)] νουκλιδίου με την προαναφερθείσα τελευταία οριστικοποιημένη ενεργειακή λίστα του φάσματος. Στην περίπτωση που συμπίπτουν [(j)] κάποιες από τις ενέργειες της τροποποιημένης λίστας ενός νουκλιδίου με κάποιες ενέργειες της λίστας του φάσματος, το νουκλίδιο εισάγεται σ' έναν προσωρινό πίνακα σύμπτωσης, που περιέχει και τις συμπίπτουσες ενέργειές του με τις αντίστοιχες πιθανότητες εκπομπής ($\mathbf{Y_{\text{νουκλιδίου «τάδε» στην ενέργεια «τάδε»}}}$). Σ' αυτόν τον πίνακα εισάγεται επίσης για κάθε ευρεθέν ραδιοϊσότοπο μία τιμή εμπιστοσύνης **CV** (confidence value) η οποία ορίζεται ως ο λόγος του αθροίσματος των πιθανοτήτων εκπομπής των συμπιπτουσών ενεργειών του νουκλιδίου προς το άθροισμα των πιθανοτήτων εκπομπής όλων των ενεργειών του από την τροποποιημένη λίστα του, ελάχιστα τροποποιημένος με βάση τον $\mathbf{T_{1/2}}$ του και την ηλικία του δείγματος. Τα κριτήρια για να παραμείνει ένα ραδιονουκλίδιο στον πίνακα, με την σειρά που ελέγχονται από το πρόγραμμα, είναι τα εξής δύο: α) Μία τουλάχιστον από τις συμπίπτουσες ενέργειές του [(k)] θα πρέπει να έχει πιθανότητα εκπομπής μεγαλύτερη-ίση από το 25% της πρώτης πιθανότητας στην τροποποιημένη λίστα του. β) Εάν το προηγούμενο ισχύει, , η **CV** θα πρέπει να είναι μεγαλύτερη του 0.75 ($\mathbf{CV} \geq \mathbf{0.75}$). Όταν πλέον έχουν ελεγχθεί όλα τα ισότοπα του πίνακα ως προς τις δύο παραπάνω συνθήκες και έχουν απορριφθεί αυτά που είναι ασύμφωνα, αυτός παίρνει την οριστική του μορφή. Ένα παράδειγμα της μορφής αυτής παρατίθεται στην επόμενη σελίδα:

ΤΕΛΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΜΠΤΩΣΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ-ΚΟΡΥΦΩΝ

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΟΡΥΦΗΣ	ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ					
	A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1				Y_{D1}		
2		Y_{B2}			Y_{E2}	
3	Y_{A3}					Y_{F3}
4					Y_{E4}	
5		Y_{B5}				
6			Y_{C6}			
7				Y_{D7}		Y_{F7}
8		Y_{B8}				
(0.75≤)**CV**(≤1)	CV_A	CV_B	CV_C	CV_D	CV_E	CV_F

Στην τελική μορφή του πίνακα πραγματοποιείται εν συνεχεία αναζήτηση για την εύρεση ομάδων ραδιοϊσοτόπων, που έχουν κάποιες εκ των συμπιπτουσών ενεργειών τους κοινές (interfering sets). Στο προηγούμενο παράδειγμα φερειπείν, τα ισότοπα B και E έχουν κοινή την ενέργεια 2, τα A και F την 3 και τα D και F την 7˙ έτσι μετά την αναζήτηση τα B και E θα ανήκουν στην πρώτη ομάδα, ενώ τα A, D και F στην δεύτερη και τελευταία ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων του πίνακα. Στην κάθε ομάδα νουκλιδίων του πίνακα προσδιορίζεται για κάθε ισότοπό της, από τον λόγο του ρυθμού παραγωγής ακτινοβολίας γ στην κάθε μη κοινή συμπίπτουσα ενέργεια προς την αντίστοιχη πιθανότητα εκπομπής, η ενεργότητα του νουκλιδίου σε κάθε ενέργεια. Η τελική (μέση) ενεργότητα του κάθε νουκλιδίου μαζί με την ανεπτυγμένη αβεβαιότητά της, παράγεται στη συνέχεια εφαρμόζοντας τον τύπο της ζυγισμένης μέσης τιμής στις ενεργότητες («ζυγισμένες» βάση του αντιστρόφου τετραγώνου της αβεβαιότητάς τους) των μη κοινών συμπιπτουσών ενεργειών του. Εάν κάποιο ισότοπο μίας ομάδας έχει στον πίνακα μόνο κοινές συμπίπτουσες ενέργειες (π.χ.: A και F), η τελική (μέση) ενεργότητά του υπολογίζεται πάλι εφαρμόζοντας την εξίσωση της ζυγισμένης μέσης τιμής, αλλά αυτή την φορά σε ποσοστά των ενεργοτήτων των κοινών συμπιπτουσών ενεργειών του. Το προαναφερθέν ποσοστό εξαρτάται από το ποσοστό συμμετοχής των άλλων νουκλιδίων της ομάδας στην παραγωγή της εκάστοτε κοινής κορυφής (και συνεπάγεται ότι υπολογίζεται μόνο εφόσον έχουν υπολογιστεί οι τελικές ενεργότητες των άλλων νουκλιδίων της ομάδας). Για κάθε ραδιονουκλίδιο του πίνακα που δεν ανήκει σε ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων, η τελική (μέση) ενεργότητά του μαζί με την ανεπτυγμένη αβεβαιότητά της, παράγεται εφαρμόζοντας την παραπάνω εξίσωση στις ενεργότητες όλων των συμπιπτουσών ενεργειών του (βλέπε και σελ. 31). Τελικά, εφόσον για κάθε ραδιονουκλίδιο του πίνακα πραγματοποιηθούν όλα τα παραπάνω, κατασκευάζεται μία καινούρια προσωρινή λίστα που περιέχει το κάθε ραδιονουκλίδιο με την τελική ειδική ενεργότητά του **I** στο δείγμα (η τελική μέση ενεργότητά του προς την

μάζα του δείγματος) και την τελική ανεπτυγμένη αβεβαιότητά της $\mathbf{U_I}$. Κάθε νουκλίδιο της λίστας ελέγχεται για την οριστικοποίησή του με βάση τα εξής δύο κριτήρια: α) η τελική ειδική ενεργότητά του πρέπει να είναι μεγαλύτερη του μηδενός και β) ο λόγος της τελικής ανεπτυγμένης αβεβαιότητας της ειδικής ενεργότητάς του προς την ειδική ενεργότητά του, πρέπει να είναι μικρότερος του 0.5. Εάν δεν ικανοποιούνται και οι δύο παραπάνω συνθήκες για κάποια νουκλίδια, αυτά απορρίπτονται και η ρουτίνα επαναλαμβάνεται από το σημείο της αναζήτησης για την εύρεση ομάδων συμπιπτόντων ραδιοϊσοτόπων στον πίνακα σύμπτωσης (χωρίς τα αποκλεισμένα νουκλίδια). Όταν ολοκληρώνονται οι εν λόγο επαναλήψεις, εάν αυτές λαμβάνουν χώρα, η τελευταία κατασκευασμένη λίστα οριστικοποιείται και το πρόγραμμα συνεχίζει στο τελευταίο στάδιο της ποιοτικής και ποσοτικής ανάλυσης του μετρημένου δείγματος.

Η ανάλυση του φάσματος ολοκληρώνεται με την προσθήκη, στην τελευταία κατασκευασμένη (οριστικοποιημένη) λίστα: των ελαχίστων ορίων ανίχνευσης του συστήματος (**LLD**) για όλα τα ραδιονουκλίδια της χρησιμοποιούμενης βάσης δεδομένων [(c)], των ανηγμένων τιμών τους στην ημερομηνία αναφοράς του δείγματος καθώς και των ανηγμένων τιμών των ειδικών ενεργοτήτων των ευρεθέντων νουκλιδίων. Η ρουτίνα υπολογισμού των **LLD** από οποιοδήποτε φάσμα δείγματος είναι η εξής: Αρχικά γίνεται σύγκριση όλων των χρόνων ημίσειας ζωής των μη ευρεθέντων ραδιονουκλιδίων της χρησιμοποιούμενης βάσης δεδομένων [(c)], με την ηλικία του μετρούμενου δείγματος. Έτσι τα νουκλίδια με χρόνο ημίσειας ζωής είκοσι φορές μικρότερο από την ηλικία του δείγματος ($(\mathbf{T_d} + \mathbf{T_r}) \geq \mathbf{20} \cdot \mathbf{T_{1/2}}$), εξαιρούνται από τον υπολογισμό και το **LLD** τους θεωρείται και σημειώνεται ως άπειρο (∞). Στη συνέχεια τροποποιείται η λίστα των ενεργειών για κάθε [(l)] ισότοπο της βάσης δεδομένων, έτσι ώστε να διατάσσονται από την ενέργεια με την μεγαλύτερη πιθανότητα εκπομπής προς αυτή με την μικρότερη, ενώ αφαιρούνται και οι ενέργειες με πιθανότητα εκπομπής μικρότερη του 35% της μέγιστης πιθανότητας της λίστας. Για τα ευρεθέντα στο δείγμα ραδιοϊσότοπα της βάσης δεδομένων, γίνεται τροποποίηση όπως και προηγουμένως στη λίστα των ενεργειών καθενός, με την διαφορά ότι σε αυτή την περίπτωση αφαιρούνται μόνο οι ενέργειες που δεν χρησιμοποιήθηκαν κατά τον υπολογισμό της τελικής μέσης ενεργότητας του αντίστοιχου νουκλιδίου. Ακολουθεί για κάθε **ευρεθέν** ισότοπο της βάσης δεδομένων, υπολογισμός του $\mathbf{LLD_{\text{νουκλιδίου «τάδε» στην ενέργεια «τάδε»}}}$ για κάθε ενέργεια της τροποποιημένης λίστας του, από την εφαρμογή του παρακάτω τύπου στο φασματικό αρχείο του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή:

$$\mathbf{LLD}_{\text{νουκλιδίου "τάδε" στην ενέργεια "τάδε"}} = \frac{\mathbf{SIGMA} \cdot \sqrt{\{1 + [3.002625 \cdot \mathbf{GW(Energy)}/\mathbf{BCESP}]\} \cdot [\int_{i_1}^{i_2} \mathbf{b(i)} \cdot \mathbf{di}]}}{\mathbf{E} \cdot \mathbf{T}_{\mathbf{I}_{\mathbf{BKG}}} \cdot \mathbf{Y}_{\text{νουκλιδίου "τάδε" στην ενέργεια "τάδε"}}}$$

όπου:

α) Για κάθε ενέργεια «τάδε» της τροποποιημένης λίστας του ευρεθέντος νουκλιδίου «τάδε» που συμπίπτει με κορυφή στο φάσμα του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή:

- **SIGMA = 1**.

- **GW(Energy)** ≡ το Γκαουσιανό πλάτος στην ενέργεια **Energy** (ή το κανάλι **CP**) της κορυφής του φάσματος που συμπίπτει και με την ενέργεια «τάδε» της τροποποιημένης λίστας του νουκλιδίου «τάδε». Υπολογίζεται για την συγκεκριμένη ενέργεια σε κανάλια, από την ανάλογη εξίσωση που έχει παραχθεί από την βαθμονόμηση του συστήματος.
- **BCESP** ≡ ο αριθμός καναλιών της συνέχειας υποβάθρου του φάσματος, τα οποία βρίσκονται αριστερά και δεξιά εκτός της περιοχής της εν λόγο κορυφής (πολλαπλής ή όχι) και συμμετέχουν στην κατασκευή της προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας (γραμμικής ή παραβολικής).
- **b(i)** ≡ η τιμή της εξίσωσης της προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας υποβάθρου στο κανάλι **i** (εντός της περιοχής της εν λόγο κορυφής). Για παραβολική προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας ισχύει: $\mathbf{b(i) = p_1 + p_2*(i - i_1) + p_3*(i - i_1)^2}$, ενώ για γραμμική προσεγγιστική καμπύλη έχουμε: $\mathbf{b(i) = p_1 + p_2 * (i - i_1)}$.
- $\mathbf{i_1}$ ≡ το αρχικό κανάλι της περιοχής της εν λόγο κορυφής.
- $\mathbf{i_2}$ ≡ το τελικό κανάλι της περιοχής της κορυφής.
- **E** ≡ η απόδοση του συστήματος στην ενέργεια «τάδε». Υπολογίζεται για την συγκεκριμένη ενέργεια, από την ανάλογη εξίσωση που έχει παραχθεί από την βαθμονόμηση της απόδοσης του συστήματος για την χρησιμοποιούμενη γεωμετρία δείγματος.
- $\mathbf{T_{I_{BKG}}}$ ≡ η χρονική διάρκεια της μέτρησης του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή.
- $\mathbf{Y_{\text{νουκλιδίου «τάδε» στην ενέργεια «τάδε»}}}$ ≡ η πιθανότητα εκπομπής της ενέργειας «τάδε» του νουκλιδίου «τάδε».

Ο προσδιορισμός των $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$, **BCESP**, $\mathbf{i_1}$ και $\mathbf{i_2}$ (και $\mathbf{p_3}$ εάν η προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας υποβάθρου είναι παραβολική) πραγματοποιείται στο φάσμα του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή, με εφαρμογή ρουτίνας ίδιας με αυτή που εφαρμόστηκε προηγουμένως για την ανάλυση του φάσματος του δείγματος.

β) Για κάθε ενέργεια «τάδε» της τροποποιημένης λίστας του ευρεθέντος νουκλιδίου «τάδε» που δεν συμπίπτει με κορυφή στο φάσμα του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή:

- **GW(Energy)** ≡ το Γκαουσιανό πλάτος στην ενέργεια **Energy** («τάδε») της τροποποιημένης λίστας του νουκλιδίου «τάδε». Υπολογίζεται για την συγκεκριμένη ενέργεια σε κανάλια, από την ανάλογη εξίσωση που έχει παραχθεί από την βαθμονόμηση του συστήματος.
- **BCESP** ≡ ο αριθμός καναλιών της συνέχειας υποβάθρου του φάσματος, τα οποία βρίσκονται αριστερά και δεξιά εκτός της περιοχής $\mathbf{[i_1, i_2]}$ και συμμετέχουν στην κατασκευή της παραβολικής προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας. **BCESP = 10**.
- **b(i)** ≡ η τιμή της εξίσωσης της προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας υποβάθρου στο κανάλι **i** (εντός της περιοχής $\mathbf{[i_1, i_2]}$). Η προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας σε αυτή την περίπτωση (β) είναι παραβολική και ισχύει: $\mathbf{b(i) = p_1 + p_2*(i - i_1) + p_3*(i - i_1)^2}$.
- $\mathbf{[i_1, i_2]}$ ≡ η περιοχή καναλιών την οποία θα καταλάμβανε η κορυφή ενέργειας «τάδε» εάν αυτή υπήρχε στο φάσμα του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή.

- $\mathbf{i_1 = CP - [3.002625*GW(Energy)]}$.
- $\mathbf{i_2 = CP + [3.002625*GW(Energy)]}$.
- **CP** ≡ το κανάλι που αντιστοιχεί στην ενέργεια «τάδε». Υπολογίζεται για την συγκεκριμένη ενέργεια, από την εξίσωση που έχει παραχθεί από την ενεργειακή βαθμονόμηση του συστήματος. (Ισχύει ότι $\mathbf{i_1<CP< i_2}$).
- **SIGMA**, **E**, $\mathbf{T_{I_{BKG}}}$ και $\mathbf{Y_{\text{νουκλιδίου «τάδε» στην ενέργεια «τάδε»}}}$ ≡ όπως και πριν.

Ο προσδιορισμός των $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$ και $\mathbf{p_3}$ πραγματοποιείται με εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα των καναλιών της περιοχής $\mathbf{[i_1-10, i_2+10]}$ του φάσματος (του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή).
Το επόμενο βήμα της ρουτίνας υπολογισμού των ελαχίστων ορίων ανίχνευσης, είναι ο υπολογισμός του $\mathbf{LLD_{\text{νουκλιδίου «τάδε» στην ενέργεια «τάδε»}}}$ για κάθε ενέργεια της τροποποιημένης λίστας του κάθε **μη ευρεθέντος** ισοτόπου της βάσης δεδομένων. Ο υπολογισμός αυτός γίνεται εφικτός με την εφαρμογή του παρακάτω τύπου στο φάσμα του αναλυόμενου δείγματος:

$$\mathbf{LLD_{\text{νουκλιδίου "τάδε" στην ενέργεια "τάδε"}}} = \frac{\mathbf{SIGMA} \cdot \sqrt{\left\{ \{1 + [3.002625 \cdot \mathbf{GW(Energy)}/\mathbf{BCESP}]\} \cdot [\int_{i_1}^{i_2} \mathbf{b(i)} \cdot \mathbf{di}] \right\} + [(\mathbf{T_I}/\mathbf{T_{I_{BKG}}}) \cdot \mathbf{G_{BKG}}]}}{\mathbf{E} \cdot \mathbf{T_I} \cdot \mathbf{Y_{\text{νουκλιδίου "τάδε" στην ενέργεια "τάδε"}}}}$$

όπου για κάθε ενέργεια «τάδε» της τροποποιημένης λίστας του μη ευρεθέντος ραδιονουκλιδίου «τάδε» που δεν συμπίπτει με κορυφή στο φάσμα του αναλυόμενου δείγματος:

- **SIGMA = 1**.
- $\mathbf{(T_I/T_{I_{BKG}}) \cdot G_{BKG}}$ ≡ το ανηγμένο περιβαλλοντικό υπόβαθρο του ανιχνευτή στην ενέργεια «τάδε». Το $\mathbf{T_{I_{BKG}}}$ και το $\mathbf{G_{BKG}}$ για την ενέργεια «τάδε», ανακαλούνται από το ειδικό αρχείο στο οποίο έχουν αποθηκευτεί μετά την ανάλυση του φάσματος του περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή (βλέπε σελίδα 11).
- **GW(Energy)** ≡ το Γκαουσιανό πλάτος στην ενέργεια **Energy** («τάδε») της τροποποιημένης λίστας του νουκλιδίου «τάδε». Υπολογίζεται για την συγκεκριμένη ενέργεια σε κανάλια, από την ανάλογη εξίσωση που έχει παραχθεί από την βαθμονόμηση του συστήματος.
- **BCESP** ≡ ο αριθμός καναλιών της συνέχειας υποβάθρου του φάσματος, τα οποία βρίσκονται αριστερά και δεξιά εκτός της περιοχής $\mathbf{[i_1, i_2]}$ και συμμετέχουν στην κατασκευή της παραβολικής προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας. **BCESP = 10**.
- **b(i)** ≡ η τιμή της εξίσωσης της προσεγγιστικής καμπύλης της συνέχειας υποβάθρου στο κανάλι **i** (εντός της περιοχής $\mathbf{[i_1, i_2]}$). Η προσεγγιστική καμπύλη της συνέχειας σε αυτή την περίπτωση (β) είναι παραβολική και ισχύει: $\mathbf{b(i) = p_1 + p_2*(i - i_1) + p_3*(i - i_1)^2}$.
- $\mathbf{[i_1, i_2]}$ ≡ η περιοχή καναλιών την οποία θα καταλάμβανε η κορυφή ενέργειας «τάδε» εάν αυτή υπήρχε στο φάσμα του αναλυόμενου δείγματος.

- $\mathbf{i_1 = CP - [3.002625*GW(Energy)]}$.
- $\mathbf{i_2 = CP + [3.002625*GW(Energy)]}$.
- **CP** ≡ το κανάλι που αντιστοιχεί στην ενέργεια «τάδε». Υπολογίζεται για την συγκεκριμένη ενέργεια, από την εξίσωση που έχει παραχθεί από την ενεργειακή βαθμονόμηση του συστήματος. (Ισχύει ότι $\mathbf{i_1 < CP < i_2}$.)
- **E** ≡ η απόδοση του συστήματος στην ενέργεια «τάδε». Υπολογίζεται για την συγκεκριμένη ενέργεια, από την ανάλογη εξίσωση που έχει παραχθεί από την βαθμονόμηση της απόδοσης του συστήματος για την χρησιμοποιούμενη γεωμετρία δείγματος.
- $\mathbf{T_l}$ ≡ η χρονική διάρκεια της μέτρησης του δείγματος.
- $\mathbf{Y_{\text{νουκλιδίου «τάδε» στην ενέργεια «τάδε»}}}$ ≡ η πιθανότητα εκπομπής της ενέργειας «τάδε» του νουκλιδίου «τάδε».

Ο προσδιορισμός των $\mathbf{p_1}$, $\mathbf{p_2}$ και $\mathbf{p_3}$ πραγματοποιείται με εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων στα δεδομένα των καναλιών της περιοχής $\mathbf{[i_1-10, i_2+10]}$ του φάσματος (του αναλυόμενου δείγματος).

Τελικά, το ζητούμενο **LLD** του κάθε ραδιονουκλιδίου της βάσης δεδομένων (ευρεθέντος ή μη), ορίζεται από το μεγαλύτερο των παραπάνω υπολογισμένων $\mathbf{LLD_{\text{νουκλιδίου «τάδε» στην ενέργεια «τάδε»}}}$ για κάθε ενέργεια της τροποποιημένης λίστας του. Σημειώνεται ότι το ελάχιστο όριο ανίχνευσης **LLD** κάποιου ισοτόπου, πρακτικά δίνει την πληροφορία για το ποια είναι η ενεργότητα του εν λόγο ισοτόπου στο δείγμα (την στιγμή μέτρησής του), κάτω της οποίας αυτό δεν ανιχνεύεται ποτέ (εντός των ορίων εμπιστοσύνης που έχουν τεθεί) από το χρησιμοποιούμενο ανιχνευτικό σύστημα και την παραπάνω μέθοδο ανάλυσης του φάσματος, με την συγκεκριμένη διαδικασία μέτρησης και γεωμετρία δείγματος. Η αναγωγή των παραπάνω **LLD** καθώς και των τιμών των ειδικών ενεργοτήτων (**I**) των ευρεθέντων νουκλιδίων στην ημερομηνία αναφοράς του δείγματος, γίνεται μέσω των τύπων:

$$\mathbf{LLD_{DC} = LLD \cdot e^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2})]}} \quad \text{και} \quad \mathbf{I_{DC} = I \cdot e^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2})]}} \quad \text{αντίστοιχα.}$$

Τέλος, μετά την ολοκλήρωση της ανάλυσης εξάγονται τα αποτελέσματά της υπό την μορφή ηλεκτρονικού κειμένου το οποίο αποθηκεύεται (μόνιμα) στον σκληρό δίσκο του Η/Υ και εκτυπώνεται για να παραμείνει και στο αρχείο φασματικών αναλύσεων του Εργαστηρίου. Παράλληλα, τα αποτελέσματα [(m)] εξάγονται και υπό την μορφή ηλεκτρονικής βάσης δεδομένων η οποία αποθηκεύεται και χρησιμοποιείται ανά πάσα στιγμή για την περαιτέρω επεξεργασία τους. Το παραπάνω κείμενο αποτελείται από (σε σειρά εμφάνισης):

- την επίσημη φόρμα του Εργαστηρίου.
- τους κωδικούς και τη ονομασία του αναλυμένου φάσματος.
- τις πληροφορίες [(b)] για το δείγμα.
- τις πληροφορίες για τις χρησιμοποιούμενες βαθμονομήσεις του συστήματος.
- τις πληροφορίες για τις παραμέτρους της ανάλυσης (όνομα χρησιμοποιούμενης βάσης δεδομένων, όνομα του φασματικού αρχείου του χρησιμοποιούμενου περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή, όρια εμπιστοσύνης, κλπ).
- τον πίνακα σύμπτωσης ενεργειών ραδιονουκλιδίων - κορυφών του φάσματος στην παρακάτω εμπλουτισμένη μορφή:

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΟΡΥΦΗΣ	ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ											
	A			B			C			D		
	ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ	ΑΝΕΠ/ΝΗ ΑΒΕΒ/ΤΑ	ΧΡΗΣΙΜ/ΝΗ ΕΝΕΡ/ΤΑ ΚΟΡΥΦΗΣ	ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ	ΑΝΕΠ/ΝΗ ΑΒΕΒ/ΤΑ	ΧΡΗΣΙΜ/ΝΗ ΕΝΕΡ/ΤΑ ΚΟΡΥΦΗΣ	ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ	ΑΝΕΠ/ΝΗ ΑΒΕΒ/ΤΑ	ΧΡΗΣΙΜ/ΝΗ ΕΝΕΡ/ΤΑ ΚΟΡΥΦΗΣ	ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ	ΑΝΕΠ/ΝΗ ΑΒΕΒ/ΤΑ	ΧΡΗΣΙΜ/ΝΗ ΕΝΕΡ/ΤΑ ΚΟΡΥΦΗΣ
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	I_{D1}	$U_{I_{D1}}$	100%
2	-	-	-	I_{B2}	$U_{I_{B2}}$	100%	-	-	-	-	-	-
3	I_{A3}	$U_{I_{A3}}$	A_3%	-	-	-	-	-	-	I_{D3}	$U_{I_{D3}}$	D_3%
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	I_{D4}	$U_{I_{D4}}$	100%
5	-	-	-	I_{B5}	$U_{I_{B5}}$	B_5%	I_{C5}	$U_{I_{C5}}$	C_5%	I_{D5}	$U_{I_{D5}}$	D_5%
6	-	-	-	-	-	-	I_{C6}	$U_{I_{C6}}$	100%	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	-	-	-	I_{D7}	$U_{I_{D7}}$	100%
8	-	-	-	I_{B8}	$U_{I_{B8}}$	100%	-	-	-	-	-	-
ΤΕΛΙΚΟ ΑΠΟΤ/ΜΑ	$\mathbf{I_A}$	$\mathbf{U_{I_A}}$	**-**	$\mathbf{I_B}$	$\mathbf{U_{I_B}}$	**-**	$\mathbf{I_C}$	$\mathbf{U_{I_C}}$	**-**	$\mathbf{I_D}$	$\mathbf{U_{I_D}}$	**-**
CV	CV_A	-	-	CV_B	-	-	CV_C	-	-	CV_D	-	-

- τον πίνακα με τα τελικά αποτελέσματα στην παρακάτω μορφή:

ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ	ΤΙΜΗ ΕΜΠΙΣΤΟΣΥΝΗΣ	ΜΕΤΡΟΥΜΕΝΗ ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ	ΑΝΗΓΜΕΝΗ ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ
A	CV_A	$I_A \pm U_{I_A}$	$I_A\|_{DC} \pm U_{I_A}\|_{DC}$
B	CV_B	$I_B \pm U_{I_B}$	$I_B\|_{DC} \pm U_{I_B}\|_{DC}$
C	CV_C	$I_C \pm U_{I_C}$	$I_C\|_{DC} \pm U_{I_C}\|_{DC}$
D	CV_D	$I_D \pm U_{I_D}$	$I_D\|_{DC} \pm U_{I_D}\|_{DC}$

- τον πίνακα των ορίων ανίχνευσης του συστήματος (**LLD**) για όλα τα ραδιονουκλίδια της χρησιμοποιούμενης βάσης δεδομένων στην παρακάτω μορφή:

ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ	LLD	ΑΝΗΓΜΕΝΑ LLD
A	LLD_A	$LLD_A\big\|_{DC}$
B	LLD_B	$LLD_B\big\|_{DC}$
C	LLD_C	$LLD_C\big\|_{DC}$
D	LLD_D	$LLD_D\big\|_{DC}$
E	LLD_E	$LLD_E\big\|_{DC}$
F	LLD_F	$LLD_F\big\|_{DC}$
...	$LLD_{...}$	$LLD_{...}\big\|_{DC}$

- και τέλος, τα διαγνωστικά της ανάλυσης (τους λόγους για τους οποίους απορρίφθηκαν κάποιες κορυφές κατά την ανάλυση, τους λόγους για τους οποίους δεν εμφανίστηκαν στο φάσμα κάποιες κορυφές των ευρεθέντων νουκλιδίων, κλπ).

Στα προηγούμενα αναφέρθηκε επανειλημμένα η βαθμονόμηση του συστήματος. Αυτή γίνεται κάθε φορά πριν από την έναρξη μέτρησης μίας ομάδας δειγμάτων και η καταλληλότητα / σταθερότητά της ελέγχεται πριν από τη μέτρηση κάθε δείγματος της ομάδας, με την γρήγορη μέτρηση και ανάλυση ενός προτύπου. Τα στάδια της βαθμονόμησης είναι τα εξής τέσσερα: Αρχικά γίνεται συσκευασία του προτύπου στις ίδιες συνθήκες συσκευασίας των δειγμάτων (ίδια δοχεία, πυκνότητα, τάξη μεγέθους ενεργότητας, κλπ). Το συσκευασμένο πρότυπο τοποθετείται στον ανιχνευτή στην ίδια θέση και διάταξη που τοποθετούνται τα εν λόγο δείγματα και μετράται για χρονικό διάστημα ($\mathbf{T_I}$) τέτοιο ώστε να είναι συγκρίσιμο με τον χρόνο μέτρησης των δειγμάτων, αλλά και να αποτελούνται οι κορυφές, που θα χρησιμοποιηθούν για τις βαθμονομήσεις, από τουλάχιστον 1000 γεγονότα (net area counts). Μέσω του φάσματος του προτύπου γίνεται από τον χρήστη, αντιστοίχηση της ενέργειας κατάλληλα $^{(n)}$ επιλεγμένων κορυφών του με τα κεντρικά τους κανάλια (**CP**). Στη συνέχεια το πρόγραμμα υπολογίζει, μέσω της αντιστοίχησης και της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων, την εξίσωση ενεργειακής βαθμονόμησης που έχει την μορφή: $\mathbf{ENERGY(keV) = a + b \cdot CHANNEL + c \cdot CHANNEL^2}$. Η εξίσωση αποθηκεύεται σε αρχείο με το όνομα του ανιχνευτή και ανακαλείται κατά τις αναλύσεις. Στο ίδιο αρχείο αποθηκεύεται στο επόμενο στάδιο και η εξίσωση της τιμής **GW** για κάθε κανάλι **i**, που έχει την μορφή: $\mathbf{GW(chan) = \alpha + \beta \cdot ENERGY + \gamma \cdot ENERGY^2}$. Οι συντελεστές α, β, γ παράγονται από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων στην αντιστοίχιση (από τον χρήστη) των **FWHM** των παραπάνω κορυφών με τις ενέργειές τους. Το τελικό

στάδιο της διαδικασίας είναι αυτό της βαθμονόμησης της απόδοσης **E** του συστήματος ως προς την ενέργεια για την συγκεκριμένη γεωμετρία δείγματος. Το φάσμα του προτύπου αναλύεται σύμφωνα με την διαδικασία που περιγράφεται στις σελίδες 7 έως 12 (τρεις πρώτες σειρές), στη συνέχεια γίνεται από τον χρήστη κατασκευή πίνακα που περιέχει πληροφορίες για τις παραπάνω κορυφές ενδιαφέροντος ως εξής:

ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΚΟΡΥΦΗΣ (keV)	**$T_{1/2}$ (sec)**	**ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΕΚΠΟΜΠΗΣ Y(ield) %**	**ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΕΚΠΟΜΠΗΣ U_{Yield}**	**ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟΥ(ο) (Bq/kgr)**	**ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΕΙΔΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΟΤΗΤΑΣ ΡΑΔ/ΔΙΟΥ (ο) (Bq/kgr)**	**ΗΜΕΡ/ΝΙΑ ΑΝΑΦΟΡΑΣ**
						dd/mm/yyyy
						ΜΑΖΑ ΠΡΟΤΥΠΟΥ
1	$T_{1/2}\big\|_{(1)}$	Y_1	U_{Y_1}	$I_{\text{νουκλιδίου «τάδε»* στην ημερ. αναφ.}}$	$U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημερ. αναφ.}}}$	m_{STD} (kgr)
2	$T_{1/2}\big\|_{(2)}$	Y_2	U_{Y_2}	$I_{\text{νουκλιδίου «τάδε»* στην ημερ. αναφ.}}$	$U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημερ. αναφ.}}}$	**ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΑΖΑΣ**
3	$T_{1/2}\big\|_{(3)}$	Y_3	U_{Y_3}	$I_{\text{νουκλιδίου «τάδε»* στην ημερ. αναφ.}}$	$U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημερ. αναφ.}}}$	
4	$T_{1/2}\big\|_{(4)}$	Y_4	U_{Y_4}	$I_{\text{νουκλιδίου «τάδε»* στην ημερ. αναφ.}}$	$U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημερ. αναφ.}}}$	$U_{m_{STD}}$ (kgr)
5	$T_{1/2}\big\|_{(5)}$	Y_5	U_{Y_5}	$I_{\text{νουκλιδίου «τάδε»* στην ημερ. αναφ.}}$	$U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημερ. αναφ.}}}$	**ΧΡΗΣ/ΜΕΝΟ ΠΕΡΙΒ/ΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ**
6	$T_{1/2}\big\|_{(6)}$	Y_6	U_{Y_6}	$I_{\text{νουκλιδίου «τάδε»* στην ημερ. αναφ.}}$	$U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημερ. αναφ.}}}$	
…	$T_{1/2}\big\|_{(...)}$	$Y_{...}$	$U_{Y_{...}}$	$I_{\text{νουκλιδίου «τάδε»* στην ημερ. αναφ.}}$	$U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημερ. αναφ.}}}$	envbkg.bkg
						ΑΡΧΕΙΟ ΑΠΟΘΗΚΕΥΣΗΣ ΠΙΝΑΚΑ
						STD.dat

*οποιοδήποτε νουκλίδιο περιέχεται στο πρότυπο και παράγει την ακτινοβολία της αντίστοιχης ενέργειας.

Από τον πίνακα αυτό σε συνδυασμό με τα αποτελέσματα της παραπάνω ανάλυσης για κάθε κρυφή ενδιαφέροντος παράγεται, από την ρουτίνα βαθμονόμησης, η απόδοση **$E(EN_p)$** του συστήματος στην ενέργεια της εκάστοτε κορυφής (**p**) με βάση τον τύπο:

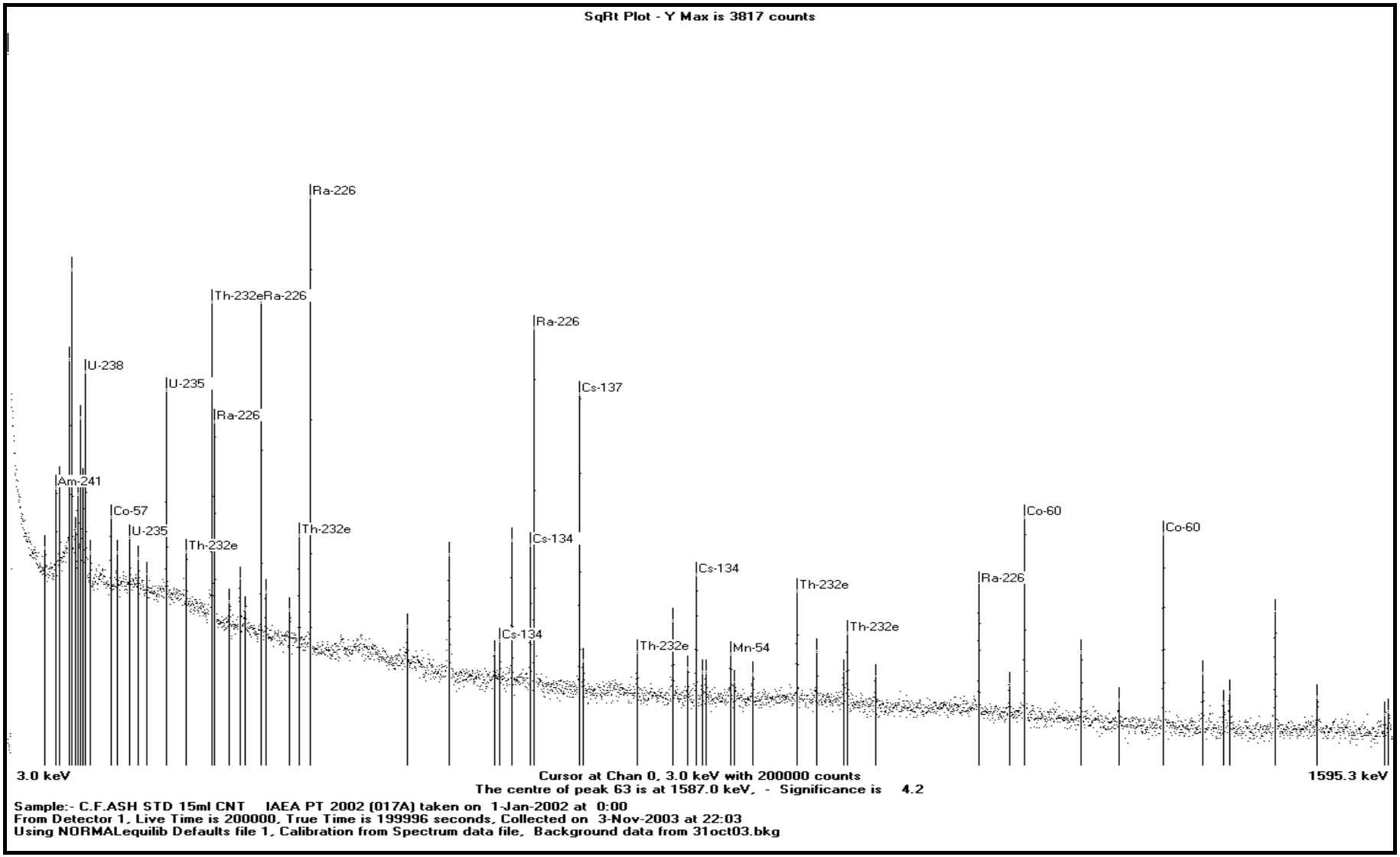
$$\mathbf{E(EN_p) = \frac{A_p \cdot e^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2})]}}{m_{STD} \cdot I_{DC}(p) \cdot Y_p \cdot T_l}}$$

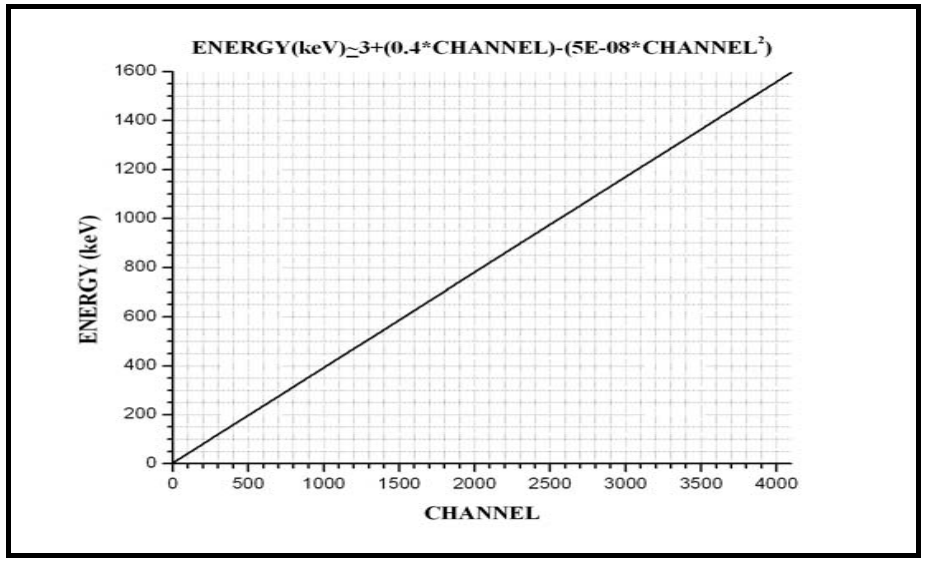
όπου:

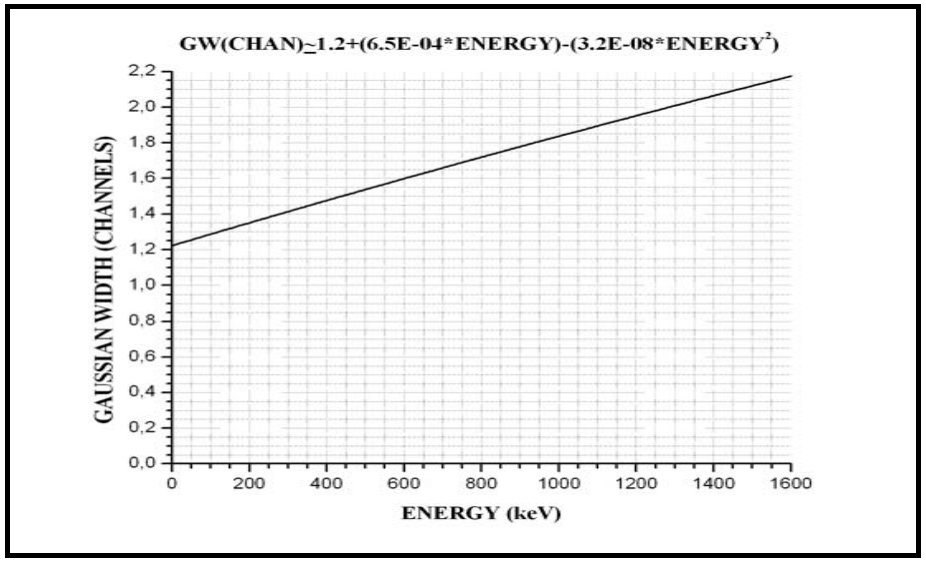
- $\mathbf{A_p}$ προέρχεται από την ανάλυση του φάσματος του προτύπου.
- $\mathbf{T_d}$ προέρχεται από υπολογισμό με βάση την ημερομηνία αναφοράς του παραπάνω πίνακα και την ημερομηνία μέτρησης του προτύπου.
- $\mathbf{T_{1/2}}$, $\mathbf{m_{STD}}$, $\mathbf{I_{DC}(p)}$, $\mathbf{Y_p}$ παρατίθενται στον παραπάνω πίνακα για κάθε κορυφή ενδιαφέροντος.

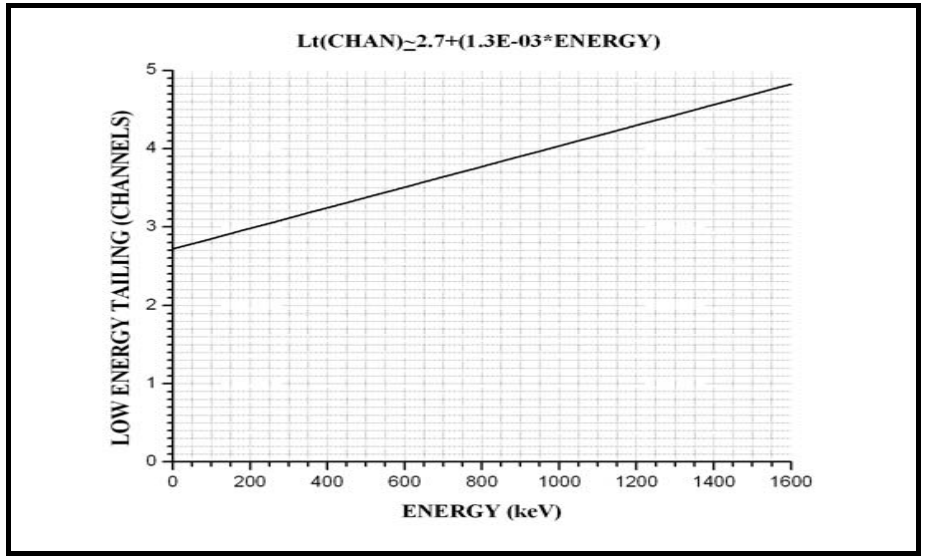
Τελικά, μέσω εφαρμογής της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων με βάση την εξίσωση $\mathbf{EFF_{EN}(\%) = 100 \cdot e^{\{A+[B\cdot\ln(EN)]+[C\cdot(\ln(EN))^2]+[D\cdot(\ln(EN))^3]+[E\cdot(\ln(EN))^4]\}}}$ και τα παραπάνω αποτελέσματα για την απόδοση $\mathbf{E(EN_p)}$ του συστήματος, παράγονται οι συντελεστές **A**, **B**, **C**, **D** και **E** της εξίσωσης η οποία εν συνεχεία αποθηκεύεται σε υποαρχείο (με το όνομα της συγκεκριμένης γεωμετρίας) στο αρχείο με το όνομα του ανιχνευτή και ανακαλείται κατά τις αναλύσεις (για την παραγωγή της απόδοσης του συστήματος σε συγκεκριμένες ενέργειες).

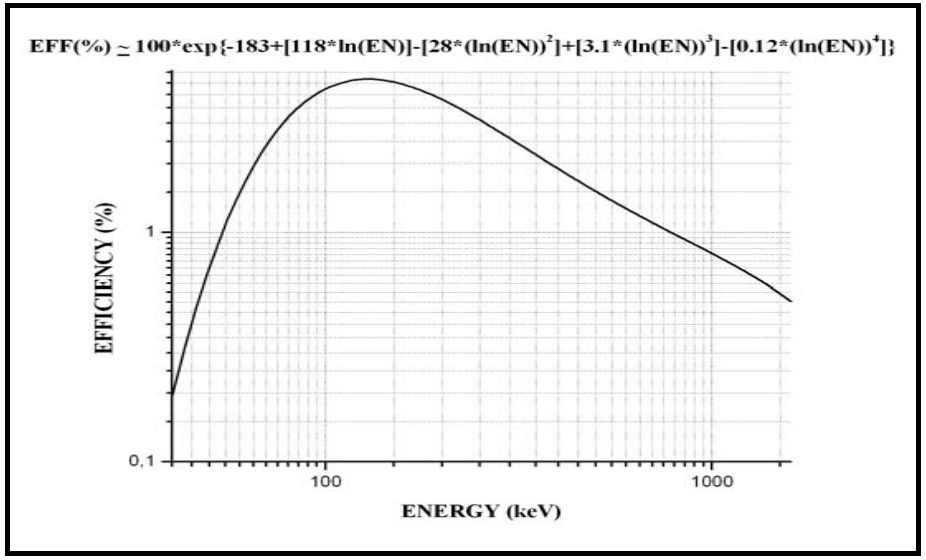
Στην περίπτωση της άσκησης το πρότυπο που συσκευάστηκε είχε κατασκευαστεί από τον Δ.Ο.Α.Ε. με ημερομηνία αναφοράς την 01.01.2002, είχε την ίδια πυκνότητα με τα δείγματα, την ίδια ακριβώς γεωμετρία με αυτά, πριν την μέτρησή του αφέθηκε για χρονική διάρκεια ενός μήνα αεροστεγώς σφραγισμένο σε υποπίεση, ώστε να φτάσει σε ραδιενεργό ισορροπία και κατόπιν μετρήθηκε για 200000sec. Περιείχε σε γνωστές επιθυμητές συγκεντρώσεις (με γνωστή αβεβαιότητα) εντός ιπτάμενης τέφρας (coal fly ash) τα ισότοπα Mn-54, Co-57, Co-60, Cs-134, Cs-137, Eu-152, Ra-226, Th-232 και Am-241. Το φάσμα που συλλέχθηκε και αναλύθηκε για τις βαθμονομήσεις είχε την μορφή που παρατίθεται στην επόμενη σελίδα, ενώ στη σελίδα 23 παρουσιάζονται οι τέσσερις καμπύλες της βαθμονόμησης που παρήχθησαν σύμφωνα με την παραπάνω διαδικασία για την χρησιμοποιούμενη γεωμετρία:


SqRt Plot - Y Max is 3817 counts
Ra-226
Th-232e
Ra-226
Ra-226
U-238
U-235
Cs-137
Ra-226
Am-241
Co-57
U-235
Th-232e
Th-232e
Cs-134
Co-60
Co-60
Cs-134
Th-232e
Ra-226
Th-232e
Cs-134
Th-232e
Mn-54
3.0 keV
Cursor at Chan 0, 3.0 keV with 200000 counts
The centre of peak 63 is at 1587.0 keV, - Significance is 4.2
1595.3 keV
Sample:- C.F.ASH STD 15ml CNT IAEA PT 2002 (017A) taken on 1-Jan-2002 at 0:00
From Detector 1, Live Time is 200000, True Time is 199996 seconds, Collected on 3-Nov-2003 at 22:03
Using NORMALequilib Defaults file 1, Calibration from Spectrum data file, Background data from 31oct03.bkg


ENERGY(keV)≃3+(0.4*CHANNEL)-(5E-08*CHANNEL²)
ENERGY (keV)
CHANNEL


GW(CHAN)≃1.2+(6.5E-04*ENERGY)-(3.2E-08*ENERGY²)
GAUSSIAN WIDTH (CHANNELS)
ENERGY (keV)


Lt(CHAN)≃2.7+(1.3E-03*ENERGY)
LOW ENERGY TAILING (CHANNELS)
ENERGY (keV)


EFF(%) ≃ 100*exp{-183+[118*ln(EN)]-[28*(ln(EN))²]+[3.1*(ln(EN))³]-[0.12*(ln(EN))⁴]}
EFFICIENCY (%)
ENERGY (keV)

Πριν το κλείσιμο του κεφαλαίου πρέπει να αναφέρουμε τα παρακάτω για την συσκευασία των δειγμάτων και την γεωμετρία της μέτρησης:

Τα δοχεία που χρησιμοποιούνται για την συσκευασία των περισσοτέρων δειγμάτων του Εργαστηρίου, και αυτών της άσκησης, έχουν μέγιστη χωρητικότητα 15.5ml και εσωτερική διάμετρο 21.5mm. Το υλικό κατασκευής τους είναι πλαστικό ανθεκτικό στα οξέα και μη απορροφητικό ως προς την ακτινοβολία γ. Έχουν τον περιορισμό της μίας χρήσης, λόγω του αεροστεγούς κλεισίματός τους σε συνδυασμό και με την κόλλα σιλικόνης που χρησιμοποιείται ως συμπλήρωμα σταθεροποίησης και στεγανοποίησης μετά την τοποθέτηση του δείγματος. Ένα από τα βασικότερα πλεονεκτήματά τους είναι ότι περιέχουν σχεδόν μηδενική φυσική ραδιενέργεια, με αποτέλεσμα να μην αυξάνονται η αβεβαιότητα της μέτρησης και τα ελάχιστα όρια ανίχνευσης του συστήματος.

Ο συνήθης όγκος πεπιεσμένου κονιοποιημένου δείγματος που εισάγεται στα δοχεία για την σταθερή διαδικασία της μέτρησης είναι ≅15ml. Για την επίτευξη αυτού του όγκου και για την επανάληψη της μέτρησης του υπό εξέταση υλικού πολλές φορές (για τα βέλτιστα στατιστικά αποτελέσματα), είναι αναγκαία η διαίρεση του βασικού δείγματος σε πολλά υποδείγματα. Τα υποδείγματα κατασκευάζονται ως εξής: κατάλληλα κονιοποιημένο υλικό εισάγεται στα προαναφερθέντα προζυγισμένα δοχεία και πιέζεται με έμβολο έως τον επιθυμητό όγκο, γίνεται συμπλήρωση υλικού (εάν είναι απαραίτητο) και εφαρμόζεται πάλι πίεση στην επιφάνειά του· στη συνέχεια γίνεται ζύγιση του μικτού βάρους του συστήματος δοχείο – υλικό και κατόπιν προστίθεται (στην επιφάνεια) κόλλα σιλικόνης έως τον όγκο των 15.5ml· τελικά το δοχείο σφραγίζεται αεροστεγώς από το πώμα του και παραμένει σε αναμονή για κάποιο χρονικό διάστημα πριν την μέτρηση (περίπου ενός μήνα), ώστε να επέλθει στο περιεχόμενό του η επιθυμητή ραδιενεργός ισορροπία. Κατόπιν της παραπάνω διεργασίας, είναι προφανές ότι η διάμετρος του ενεργού κυλινδρικού όγκου των υποδειγμάτων είναι 21.5mm ενώ το αντίστοιχο ύψος είναι 41.3mm. Κατά την μέτρηση κάθε υποδείγματος, η θέση του ως προς τον ανιχνευτή ρυθμίζεται έτσι ώστε η δισκοειδής βάση του ενεργού του όγκου να είναι ομοαξονική με το ενεργό παράθυρο του ανιχνευτή και να απέχει επάνω από τον ενεργό όγκο του ανιχνευτή κατά μία απόσταση ≅5mm. Συμπληρωματικά αναφέρεται ότι η παραπάνω διαδικασία πλήρωσης των δοχείων και ζύγισης, πραγματοποιείται εντός καθαρού χώρου – εστίας σε σχεδόν μηδενική πίεση. Η πίεση στο εξωτερικό περιβάλλον των υποδειγμάτων (εντός της εστίας) ρυθμίζεται σε κανονική πίεση δωματίου μία εβδομάδα μετά την σφράγισή τους. Τελικά, τα δοχεία καθαρίζονται καλά πριν την μέτρησή τους με ειδικό αντιστατικό υγρό για την απομάκρυνση σκόνης ή υλικού του δείγματος που τυχόν έχει κολλήσει στα εξωτερικά τους τοιχώματα.

Στην εν λόγο άσκηση, αρχικά εκτιμήθηκε ότι από το απεσταλμένο υλικό θα μπορούσαν να παρασκευαστούν έντεκα υποδείγματα όγκου ≅15ml για τις απαιτούμενες μετρήσεις (6 υποδείγματα παρόμοιας πυκνότητας για την συλλογή φάσματος και 5 για τον προσδιορισμό του λόγου της ξηρής προς την ένυδρη μάζα του υλικού). Σύμφωνα με αυτή την εκτίμηση 11 κενά δοχεία εισήχθησαν στην εστία χαμηλής πίεσης και ζυγίστηκαν είκοσι φορές το καθένα. Εν συνεχεία, το προς ανάλυση υλικό μοιράστηκε σχεδόν ισομερώς στα δοχεία και όλα τα προκύπτοντα υποδείγματα ζυγίστηκαν 20 φορές το καθένα, προς ποσοτικοποίηση του μικτού τους βάρους. Τα έξι υποδείγματα σφραγίστηκαν με την διαδικασία που ήδη περιγράφηκε, ενώ τα υπόλοιπα πέντε αποξηράνθηκαν με την τοποθέτηση και διαμονή τους, έως σταθεροποίησης του βάρους τους, σε κλίβανο σταθερής θερμοκρασίας 105°C (ευρισκομένου εντός της εστίας). Μετά την αποξήρανση τα υποδείγματα ζυγίστηκαν ξανά 20 φορές το καθένα, για τον προσδιορισμό του ξηρού μικτού βάρους τους. Οι ζυγίσεις έγιναν με εργαστηριακό ηλεκτρονικό ζυγό ακριβείας (Sartorius / accuracy = 10^{-4} gr), που είναι επίσης τοποθετημένος εντός του χώρου χαμηλής πίεσης. Επισημαίνεται ότι και στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις ζυγίσεων υπολογίστηκε, από τα δεδομένα

των 20 επαναλήψεων, η μέση μάζα και η αντίστοιχη τυπική απόκλιση σύμφωνα με τις εξισώσεις (29) και (30) της σελίδας 34. Η καθαρή (ένυδρη) μάζα κάθε υποδείγματος προέκυψε από την διαφορά της μέσης μάζας του δοχείου από την μέση μικτή μάζα του υποδείγματος, όμοια παράχθηκε και η καθαρή ξηρή μάζα κάθε αποξηραμένου υποδείγματος. Τέλος, η πίεση εντός της εστίας εξισώθηκε με την πίεση του Εργαστηρίου μία εβδομάδα μετά την σφράγισή των 6 υποδειγμάτων, ενώ οι έξι φασματοσκοπικές μετρήσεις τους ξεκίνησαν έναν μήνα αργότερα και διήρκεσαν 200000sec η καθεμία. Ένα από τα έξι όμοια φάσματα που προέκυψαν για το απεσταλμένο υλικό, παρατίθεται ενδεικτικά στην σελίδα 26.

(a): στο εξής, για εκφραστική ευκολία δεχόμαστε ότι: ραδιονουκλίδιο ≡ ραδιοϊσότοπο ≡ νουκλίδιο ≡ ισότοπο.

(b): οι πληροφορίες αυτές εισάγονται από τον χρήστη πριν την αποθήκευση κάθε φάσματος σε κατάλληλο πεδίο - παράθυρο και αφορούν: το όνομα του αρχείου που έχουν αποθηκευτεί οι επιθυμητές παράμετροι (όρια εμπιστοσύνης, όνομα αρχείου χρησιμοποιούμενης βάσης δεδομένων ραδιονουκλιδίων, κλπ) της επικείμενης ανάλυσης, το αρχείο με τις επιθυμητές βαθμονομήσεις ενέργειας και σχήματος κορυφής του ανιχνευτή, το όνομα του υποαρχείου με τα δεδομένα της βαθμονόμησης ως προς την γεωμετρία του μετρημένου δείγματος, το όνομα – χαρακτηρισμός του μετρημένου δείγματος, την περιγραφή του δείγματος, τον αριθμητικό κωδικό του δείγματος, το όνομα του χειριστή της ανάλυσης, την ένυδρη μάζα του δείγματος, τις μονάδες μέτρησής της, την αβεβαιότητα της ένυδρης μάζας, τον λόγο της ξηρής προς την ένυδρη μάζα του υλικού του δείγματος, την αβεβαιότητά του, την ημερομηνία αναφοράς και την αντίστοιχη ώρα.

(c): η εκάστοτε βάση δεδομένων των ραδιονουκλιδίων κατασκευάζεται και αποθηκεύεται από τον υπεύθυνο των αναλύσεων σύμφωνα με την κρίση και τις απαιτήσεις του. Έτσι ο κατασκευαστής της εισαγάγει τα ονόματα των ισοτόπων ενδιαφέροντος και εν συνεχεία για κάθε όνομα συμπληρώνει, σε συγκεκριμένα πεδία, τον χρόνο ημίσειας ζωής του ραδιονουκλιδίου με τις μονάδες μέτρησής του, την περιγραφή του νουκλιδίου, τον τρόπο παρασκευής του (σχάση, ενεργοποίηση ή φυσικό ραδιοϊσότοπο), τον πατρικό πυρήνα από του οποίου την διάσπαση προέρχεται (μόνο εάν ισχύει κάτι τέτοιο), την αντίστοιχη ημίσεια ζωή με τις μονάδες μέτρησής της και τέλος τις ενέργειες των πιθανών ακτίνων γ που εκπέμπει κατά την διάσπασή του (σε keV). Για κάθε ενέργεια εισάγεται πάλι σε ειδικά πεδία η πιθανότητα εκπομπής της (yield) με την αβεβαιότητά της.

(d): όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των αλληλοεπικαλυπτόμενων κορυφών ή όταν υπάρχει ανωμαλία στη συνέχεια υποβάθρου του φάσματος, τόσο μικρότερο **λ** ορίζεται αυτόματα. Επίσης, ορίζεται μικρότερο και σε ενέργειες μικρότερες των 100keV.

(e): όσο μεγαλύτερο είναι το πλάτος της εκάστοτε κορυφής ή όταν υπάρχει ανωμαλία (κλιμακωτή ή απότομη επικλινής μορφή) στην αντίστοιχη συνέχεια υποβάθρου, τόσο μικρότερο **BCESP** ορίζεται αυτόματα. Επίσης, ορίζεται μικρότερο και στην περίπτωση που πολύ κοντά στην εκάστοτε κορυφή υπάρχει και άλλη κορυφή (χωρίς να ορίζεται πολλαπλή κορυφή).

(f): συμβαίνει πολλές φορές διότι το χρησιμοποιούμενο μοντέλο, σύμφωνα με το οποίο στην περιοχή κάθε κορυφής (με βάση τα δεδομένα των αντιστοίχων καναλιών) κατασκευάζεται Γκαουσιανή προσεγγιστική καμπύλη με ουρές που περιγράφονται από εκθετική συνάρτηση, δεν είναι τέλειο.

(g): με διάστημα ολοκλήρωσης το $[\mathbf{i_1}, \mathbf{i_2}]$.

(h): στο αρχείο της ανάλυσης του φάσματος του περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή.

(i): εκτός από αυτά που έχουν ήδη απορριφθεί.

(j): όταν αναφέρεται σύμπτωση ενεργειών δεν είναι απαραίτητο οι ενέργειες να είναι απολύτως ίσες μεταξύ τους: Θεωρούνται ίσες όταν διαφέρουν το πολύ κατά ένα ενεργειακό εύρος **ΔΕ** που ορίζεται από την σχέση $\mathbf{\Delta E_{(Energy)} = f(Energy) = 0.5 + (Energy / 2000)}$, όπου **Energy** είναι η εκάστοτε συγκρινόμενη ενέργεια.

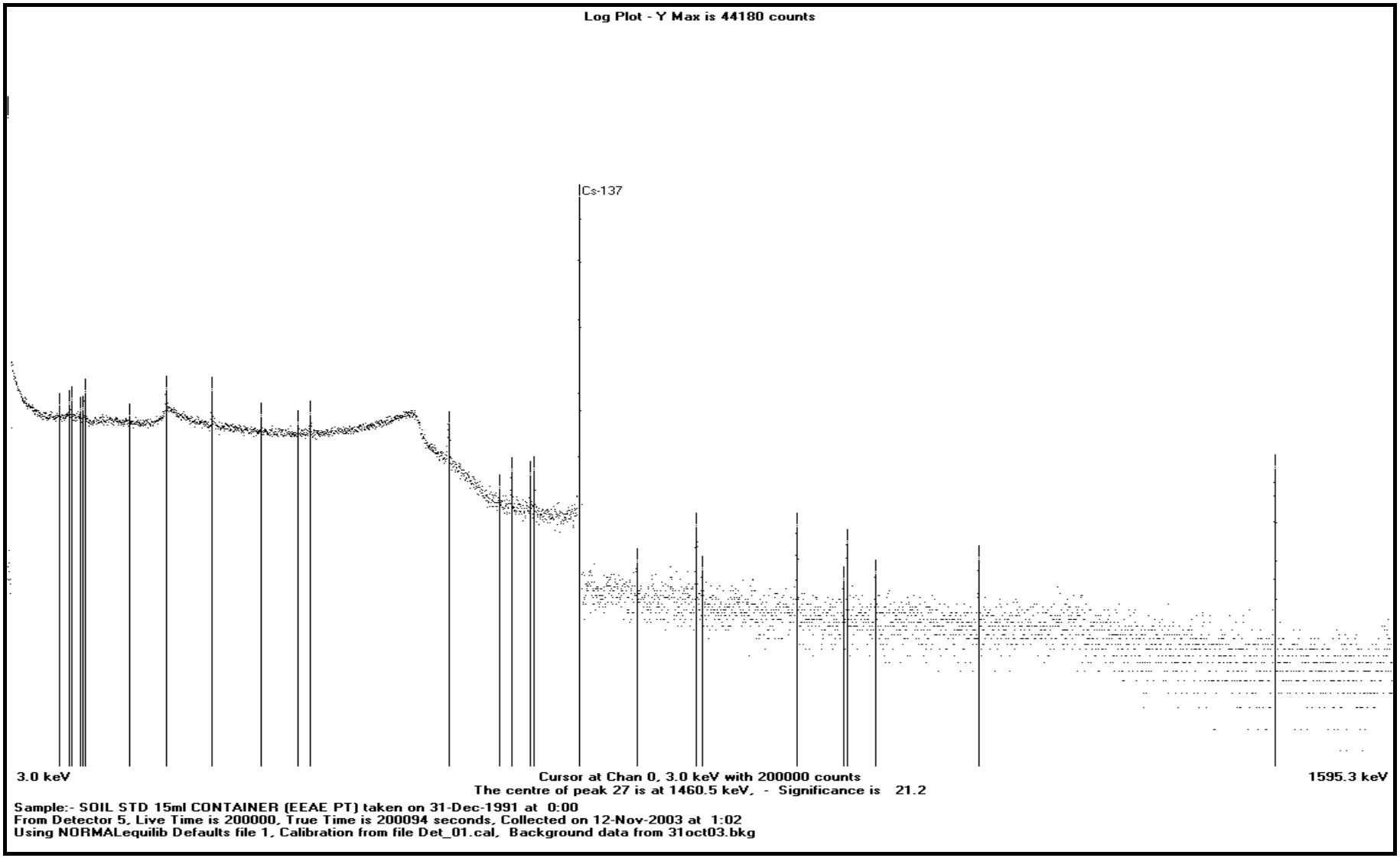
(k): εάν καμία δεν αντιστοιχεί στην πρώτη της τροποποιημένης λίστας του.

(l): εκτός από αυτά που έχουν ήδη εξαιρεθεί και αυτά που έχουν ευρεθεί.

(m): μόνο τα δεδομένα της λίστας στην οποία κατέληξε η ανάλυση.

(n): οι εν λόγο κορυφές αποτελούνται από τουλάχιστον 1000 γεγονότα, προέρχονται μόνο από ένα ισότοπο, είναι κατανεμημένες σε όλη την ενεργειακή περιοχή του φάσματος και δεν έχουν πολύ κοντά τους άλλες κορυφές.

(o): δίδεται από τον κατασκευαστή (για την ημερομηνία αναφοράς).


Log Plot - Y Max is 44180 counts
Cs-137
3.0 keV
Cursor at Chan 0, 3.0 keV with 200000 counts
The centre of peak 27 is at 1460.5 keV, - Significance is 21.2
1595.3 keV
Sample:- SOIL STD 15ml CONTAINER (EEAE PT) taken on 31-Dec-1991 at 0:00
From Detector 5, Live Time is 200000, True Time is 200094 seconds, Collected on 12-Nov-2003 at 1:02
Using NORMALequilib Defaults file 1, Calibration from file Det_01.cal, Background data from 31oct03.bkg

ΑΣΚΗΣΗ ΔΙΑΣΥΓΚΡΙΣΗΣ:
«ΜΕΤΡΗΣΗ ΦΥΣΙΚΩΝ & ΤΕΧΝΗΤΩΝ ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΩΝ ΣΕ ΑΓΝΩΣΤΟ ΔΕΙΓΜΑ ΧΩΜΑΤΟΣ»

ΑΝΑΛΥΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ – ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ ΜΕΤΡΗΣΗΣ

Σε γενικές γραμμές οι εξισώσεις που χρησιμοποιούνται από το λογισμικό κατά την διαδικασία της ποσοτικής ανάλυσης ενός δείγματος ή υποδείγματος και κατά την εξαγωγή της αβεβαιότητας των αποτελεσμάτων της μέτρησης είναι οι (21), (24), (27) και (28) σε συνδυασμό με τις (12) και (15), που παρατίθενται παρακάτω. Το πρόγραμμα δίνει στον εκάστοτε χρήστη / υπεύθυνο ανάλυσης την δυνατότητα να επεμβαίνει, ώστε να καθορίζει τις εξισώσεις και κατ επέκταση την λογική με την οποία θα γίνεται η ανάλυση. Η λογική που ακολουθεί **πάντα** το Εργαστήριό μας, ως προς τον ποσοτικό προσδιορισμό των ραδιονουκλιδίων του δείγματος, και την έχει καθορίσει στο λογισμικό είναι η εξής:

Όπως προαναφέρθηκε στην σελίδα 11 το πρόγραμμα υπολογίζει για κάθε κορυφή (**m**) ενός φάσματος, το εμβαδόν $\mathbf{N_m}$ της καθαρής περιοχής από κάτω της (σε counts). Παράλληλα παράγεται και η αντίστοιχη αβεβαιότητα $\mathbf{U_{N_m}}$ (σε counts), για την οποία εντελώς εγκυκλοπαιδικά αναφέρεται ότι ισχύει η ανισότητα: $\mathbf{U_{N_m}} \geq \sqrt{\mathbf{N_m}}$.

Στη συνέχεια, για τον υπολογισμό του απαλλαγμένου, από το περιβαλλοντικό υπόβαθρο, εμβαδού της καθαρής περιοχής κάτω της εκάστοτε κορυφής (**m**) εφαρμόζεται ο τύπος: $\boxed{\mathbf{A_m = N_m - [(T_l / T_{l_{BKG}}) \cdot G_{BKG_m}]}}$ (1) = **…(counts)**

όπου:

- $\mathbf{A_m}$ ≡ το ζητούμενο απαλλαγμένο εμβαδόν (σε counts).
- $\mathbf{T_l}$ ≡ η καθαρή χρονική διάρκεια της μέτρησης (live time) του δείγματος = 200000seconds (ρυθμίζεται από τον χρήστη πριν την έναρξη κάθε μέτρησης).
- $\mathbf{T_{l_{BKG}}}$ ≡ η καθαρή χρονική διάρκεια της μέτρησης (live time) του περιβαλλοντικού υποβάθρου του ανιχνευτή = 250000seconds (ρυθμίζεται από τον χρήστη πριν την έναρξη κάθε μέτρησης).

- $\mathbf{G_{BKG_m}}$ ≡ το εμβαδόν (σε counts), στο φάσμα του περιβαλλοντικού υποβάθρου, κάτω από την αντίστοιχη κορυφή της κορυφής **m** του δείγματος. Υπολογίζεται στο φάσμα του περιβαλλοντικού υποβάθρου με τον ίδιο τρόπο που υπολογίζεται και το $\mathbf{N_m}$ στο φάσμα του δείγματος. Αντίστοιχα παράγεται και η αβεβαιότητα $\mathbf{U_{G_{BKG}(m)}}$.

Όπως είναι προφανές, για την εξαγωγή της σύνθετης αβεβαιότητας $\mathbf{U_{A_m}}$ λύνεται ο τύπος: $\mathbf{U_{A_m}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathbf{A_m}}{\partial \mathbf{N_m}} \cdot \mathbf{U_{N_m}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{A_m}}{\partial \mathbf{G_{BKG_m}}} \cdot \mathbf{U_{G_{BKG}(m)}}\right)^2}$ (2).

Κάνοντας τις παραγωγίσεις στη σχέση (1) θα έχουμε: $\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial \mathbf{A_m}}{\partial \mathbf{N_m}} = \mathbf{1} \\ \frac{\partial \mathbf{A_m}}{\partial \mathbf{G_{BKG_m}}} = -\frac{\mathbf{T_l}}{\mathbf{T_{l_{BKG}}}} \end{array} \right\}$ (3). Έτσι από (2) $\overset{(3)}{\Rightarrow}$ $\boxed{\mathbf{U_{A_m}} = \sqrt{\left(\mathbf{U_{N_m}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{T_l}}{\mathbf{T_{l_{BKG}}}} \cdot \mathbf{U_{G_{BKG}(m)}}\right)^2}}$ (4) = =**…(counts)**.

Ακολουθεί υπολογισμός του ρυθμού παραγωγής ακτινοβολίας γ για κάθε κορυφή **m** του φάσματος του δείγματος, βάσει του τύπου:

$$\mathbf{R_m} = \frac{\mathbf{A_m}}{\mathbf{E(EN_m)} \cdot \mathbf{T_l}} \overset{(1)}{\underset{E(EN_m)=\ldots}{\Rightarrow}} \boxed{\mathbf{R_m} = \frac{\mathbf{N_m} - [(\mathbf{T_l}/\mathbf{T_{l_{BKG}}}) \cdot \mathbf{G_{BKG_m}}]}{\mathbf{E(EN_m)} \cdot \mathbf{T_l}}} \quad (5) = \ldots(\gamma/\mathbf{sec})$$

όπου:

- $\mathbf{R_m}$ ≡ ο ζητούμενος ρυθμός παραγωγής ακτινοβολίας γ ενέργειας **EN** στο δείγμα (σε γ/sec).
- $\mathbf{T_l}$ ≡ η καθαρή χρονική διάρκεια της μέτρησης (live time) του δείγματος = 200000seconds.
- $\mathbf{E(EN_m)}$ ≡ η απόλυτη απόδοση του συστήματος στην ενέργεια **EN** της κορυφής **m** του φάσματος του δείγματος. Παράγεται από την εξίσωση $\mathbf{E(EN_m)} = \mathbf{e}^{\{A+[B\cdot\ln(EN)]+[C\cdot(\ln(EN))^2]+[D\cdot(\ln(EN))^3]+[E\cdot(\ln(EN))^4]\}}$ της βαθμονόμησης απόδοσης του συστήματος (για την ακριβή εξίσωση βλέπε στη σελίδα 23). Πρέπει να συμπληρωθεί ότι η εξίσωση που δίνει την αβεβαιότητα $\mathbf{U_{E(EN)}}$ της $\mathbf{E(EN_m)}$ για κάθε ενέργεια **EN**, παράγεται κατά την βαθμονόμηση της απόδοσης και αποθηκεύεται στο ίδιο υποαρχείο με την εξίσωση της απόδοσης του συστήματος. Οι συνιστώσες της αβεβαιότητας αυτής είναι οι (βλέπε πίνακα σελίδας 20 και σχέση σελίδας 21): α) σφάλμα $\mathbf{U_{m_{STD}}}$ στην μέτρηση του ξηρού βάρους $\mathbf{m_{STD}}$ του προτύπου που χρησιμοποιείται για την βαθμονόμηση, β) αβεβαιότητα της ειδικής ενεργότητας ($\mathbf{U_{I_{\text{νουκλιδίου "τάδε"* στην ημεραναφ.}}}}$) κάθε ραδιονουκλιδίου που συμμετείχε στην βαθμονόμηση (παρέχεται από τον κατασκευαστή του υλικού του προτύπου), γ) αβεβαιότητα της πιθανότητας εκπομπής κάθε ενέργειας που συμμετείχε στην βαθμονόμηση και εκπεμπόταν από τα περιεχόμενα ισότοπα του προτύπου

(παρέχεται από τον χρήστη σε συμφωνία με τα δεδομένα της χρησιμοποιούμενης βάσης δεδομένων των ραδιονουκλιδίων. Π.χ. $\mathbf{U}_{Y_4}$), και δ) η αβεβαιότητα $\mathbf{U}_{A_p}$ του $\mathbf{A_p}$, που εξάγεται για την κορυφή **p** του φάσματος του προτύπου όπως εξάγεται η $\mathbf{U}_{A_m}$ για την κορυφή **m** του φάσματος του δείγματος.

Η αβεβαιότητα $\mathbf{U}_{R_m}$ του εν λόγο ρυθμού υπολογίζεται από την σχέση: $\mathbf{U}_{R_m} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_m}{\partial A_m}\cdot U_{A_m}\right)^2 + \left(\frac{\partial R_m}{\partial E(EN_m)}\cdot U_{E(EN_m)}\right)^2}$ (6). Κάνοντας τις παραγωγίσεις στη σχέση (5) θα έχουμε τις: $\left\{\begin{array}{l} \frac{\partial R_m}{\partial A_m} = \frac{1}{E(EN_m)\cdot T_l} \\ \frac{\partial R_m}{\partial E(EN_m)} = -\frac{A_m}{[E(EN_m)]^2\cdot T_l} \end{array}\right\}$ (7).

Έτσι από την σχέση (6) $\overset{(7)}{\Rightarrow} \mathbf{U}_{R_m} = \sqrt{\left(\frac{U_{A_m}}{E(EN_m)\cdot T_l}\right)^2 + \left(\frac{A_m}{[E(EN_m)]^2\cdot T_l}\cdot U_{E(EN_m)}\right)^2} \underset{(1)}{\overset{(4)}{\Rightarrow}}$

$$\underset{(1)}{\overset{(4)}{\Rightarrow}} \boxed{\mathbf{U}_{R_m} = \sqrt{\left(\frac{U_{N_m}}{E(EN_m)\cdot T_l}\right)^2 + \left(\frac{U_{G_{BKG}(m)}}{E(EN_m)\cdot T_{l_{BKG}}}\right)^2 + \left(\frac{N_m - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_m}]}{[E(EN_m)]^2\cdot T_l}\cdot U_{E(EN_m)}\right)^2}} \quad (8) = \mathbf{\ldots(\gamma/sec)}.$$

Εν συνεχεία, κατόπιν όλων όσων περιγράφηκαν στη σελίδα 12, πραγματοποιείται από το πρόγραμμα η κατασκευή του τελικού πίνακα σύμπτωσης της σελίδας 13 και η εύρεση ομάδων ραδιοϊσοτόπων που έχουν κάποιες εκ των συμπιπτουσών ενεργειών τους κοινές. Στην κάθε ομάδα νουκλιδίων του πίνακα προσδιορίζεται για κάθε ισότοπό της (**NU**) η ενεργότητά του στην κάθε μη κοινή συμπίπτουσα ενέργειά του (**m**), από τον τύπο:

$$\mathbf{C_m^{NU}} = \frac{\Delta^{NU}\cdot R_m}{Y_m^{NU}} \qquad (9)$$

όπου:

- $\mathbf{C_m^{NU}}$ ≡ η ζητούμενη ενεργότητα του νουκλιδίου **NU**, που υπολογίζεται από τα δεδομένα της κορυφής **m** (του φάσματος του δείγματος) η οποία ορίζει την μη κοινή συμπίπτουσα ενέργειά του (**m**).

- $\mathbf{Y_m^{NU}}$ ≡ η πιθανότητα εκπομπής της ενέργειας **m** του νουκλιδίου **NU** (παρέχεται από την βάση δεδομένων των ραδιοϊσοτόπων).
- $\mathbf{\Delta^{NU}}$ ≡ διορθωτικός συντελεστής για την διάσπαση του νουκλιδίου **NU** κατά τη διάρκεια $\mathbf{T_r}$ της μέτρησης του δείγματος. Ισχύει ότι:

$$\mathbf{\Delta^{NU} = \frac{(\ln 2)\cdot(T_r/T_{1/2}^{NU})}{1-e^{-[(\ln 2)\cdot(T_r/T_{1/2}^{NU})]}}} \qquad (10)$$

όπου:

- $\mathbf{T_r}$ ≡ η πραγματική χρονική διάρκεια της μέτρησης (real time) του δείγματος, η οποία εξαρτάται από την ραδιενέργειά του ως εξής: όσο περισσότερη είναι η ραδιενέργεια που παράγεται από το δείγμα και προσπίπτει στον ανιχνευτή, τόσο μεγαλύτερος είναι ο «νεκρός» χρόνος του μετατροπέα σήματος (ADC) του μετρητικού συστήματος. Κατ' επέκταση, τόσο μεγαλύτερο είναι και το κλάσμα **F** του εν λόγο «νεκρού» χρόνου, και επειδή αυτό υπεισέρχεται στον καθορισμό, από τον αναλυτή (MCA), του πραγματικού χρόνου μέτρησης βάσει του τύπου: $\mathbf{T_r = T_l/(1-F)}$ (11), τόσο μεγαλύτερος θα είναι και ο $\mathbf{T_r}$. (Για δείγματα που μετρούνται σύμφωνα με την γεωμετρία που περιγράφηκε παραπάνω και είναι μικρής ραδιενέργειας, όπως είναι και το δείγμα της άσκησης, ισχύει ότι: $\mathbf{F << 1 \Rightarrow T_r \cong T_l}$).
- $\mathbf{T_{1/2}^{NU}}$ ≡ ο χρόνος ημίσειας ζωής του νουκλιδίου **NU** (παρέχεται από την βάση δεδομένων των ραδιοϊσοτόπων).

Επισημαίνεται ότι στην περίπτωση όπου $\mathbf{T_{1/2}^{NU} >> T_r}$ (δηλαδή το ραδιοϊσότοπο **NU** δεν είναι βραχύβιο) το $\mathbf{\Delta^{NU} \cong 1}$, και ότι το **F** μετράται και καταγράφεται καθ' όλη την διάρκεια της μέτρησης του εκάστοτε δείγματος.

Κάνοντας αντικαταστάσεις και πράξεις για τα παραπάνω καταλήγουμε στη σχέση (12):

$$\left\{\begin{array}{l} \text{από την (10)} \overset{(11)}{\Rightarrow} \mathbf{\Delta^{NU} = \dfrac{\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{NU}]\}}{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{NU}]\}}}} \\ \text{από την (9)} \overset{(5)}{\Rightarrow} \mathbf{C_m^{NU} = \dfrac{\Delta^{NU}\cdot\{N_m - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_m}]\}}{Y_m^{NU}\cdot E(EN_m)\cdot T_l}} \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{C_m^{NU} = \frac{\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{NU}]\}\cdot\{N_m - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_m}]\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{NU}]\}}\}\cdot Y_m^{NU}\cdot E(EN_m)\cdot T_l}}} \ (12) = \mathbf{\ldots(Bq)}.$$

Η αβεβαιότητα $\mathbf{U_{C_m^{NU}}}$ της $\mathbf{C_m^{NU}}$ υπολογίζεται από τον γνωστό τύπο μεταφοράς σφάλματος:

$$\mathbf{U_{C_m^{NU}} = \sqrt{\left(\frac{\partial C_m^{NU}}{\partial R_m}\cdot U_{R_m}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_m^{NU}}{\partial Y_m^{NU}}\cdot U_{Y_m^{NU}}\right)^2}} \qquad (13).$$

Κάνοντας τις παραγωγίσεις στην (9) θα έχουμε: $\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\partial C_m^{NU}}{\partial R_m} = \dfrac{\Delta^{NU}}{Y_m^{NU}} \\ \dfrac{\partial C_m^{NU}}{\partial Y_m^{NU}} = -\dfrac{\Delta^{NU} \cdot R_m}{(Y_m^{NU})^2} \end{array}\right\}$ (14). Έτσι από (13) $\overset{(14)}{\Rightarrow} U_{C_m^{NU}} = \sqrt{\left(\dfrac{\Delta^{NU}}{Y_m^{NU}} \cdot U_{R_m}\right)^2 + \left(\dfrac{\Delta^{NU} \cdot R_m}{(Y_m^{NU})^2} \cdot U_{Y_m^{NU}}\right)^2}$ και με αντικατάσταση των U_{R_m}, R_m από τις σχέσεις (8), (5) αντίστοιχα, και του Δ^{NU} από τα παραπάνω (τα Y_m^{NU} και $U_{Y_m^{NU}}$ παρέχονται από την βάση δεδομένων των ραδιοϊσοτόπων), παράγεται η εξίσωση (15):

$$\boxed{U_{C_m^{NU}} = \frac{\left\{[(\ln 2) \cdot T_l]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^{NU}]\right\}}{\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_l]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^{NU}]\}}\} \cdot Y_m^{NU} \cdot E(EN_m) \cdot T_l} \cdot \sqrt{\left(U_{N_m}\right)^2 + \left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}} \cdot U_{G_{BKG}(m)}\right)^2 + \left\{\left[N_m - [(T_l / T_{l_{BKG}}) \cdot G_{BKG_m}]\right\}^2 \cdot \left[\left(\frac{U_{E(EN_m)}}{E(EN_m)}\right)^2 + \left(\frac{U_{Y_m^{NU}}}{Y_m^{NU}}\right)^2\right]\right\}}} = =$$

…(Bq).

Συμπληρώνεται ότι οι σχέσεις (12) και (15) εφαρμόζονται και για κάθε ραδιονουκλίδιο (**NU**) του πίνακα, που δεν ανήκει σε ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων, για τον προσδιορισμό της ενεργότητάς του και της αντίστοιχης αβεβαιότητας στην κάθε συμπίπτουσα ενέργειά του (**m**). Για νουκλίδια (**NU**) του πίνακα της σελίδας 13, που ανήκουν σε ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων αλλά έχουν μόνο κοινές συμπίπτουσες ενέργειες (**m**), η ενεργότητά τους και η αβεβαιότητά της προσδιορίζονται στις ενέργειες αυτές αλλά όχι από τις παραπάνω δύο εξισώσεις. Οι σχέσεις για τους εν λόγο προσδιορισμούς είναι πιο πολύπλοκες και η τελική μορφή τους εξαρτάται κάθε φορά από τα δεδομένα του πίνακα. Παρόλα αυτά η λογική με την οποία εξάγονται είναι σταθερή και μπορεί κανείς να την καταλάβει εύκολα δίνοντας προσοχή στο παράδειγμα που βρίσκεται στο τέλος του κεφαλαίου.

Όπως έχει προαναφερθεί στο προηγούμενο κεφάλαιο, η τελική (μέση) ενεργότητα C^{NU} του κάθε νουκλιδίου **NU** στο αναλυόμενο δείγμα μαζί με την αβεβαιότητά της $U_{C^{NU}}$, παράγονται αντικαθιστώντας τις ενεργότητες C_m^{NU} και τις αντίστοιχες αβεβαιότητες $U_{C_m^{NU}}$, που υπολογίστηκαν σύμφωνα με τα παραπάνω για την κάθε μία από τις τρεις περιπτώσεις ραδιοϊσοτόπων του τελικού πίνακα σύμπτωσης, στις εξισώσεις:

$$\boxed{C^{NU} = \frac{\sum_m \dfrac{C_m^{NU}}{(U_{C_m^{NU}})^2}}{\sum_m \dfrac{1}{(U_{C_m^{NU}})^2}}} \quad (16) = \textbf{…(Bq)} \left(\begin{array}{c}\text{τύπος ζυγισμένης} \\ \text{μέσης τιμής}\end{array}\right), \qquad \boxed{U_{C^{NU}} = \left(\sqrt{\sum_m \frac{1}{(U_{C_m^{NU}})^2}}\right)^{-1}} \quad (17) = \textbf{…(Bq)}.$$

Η τελική ειδική ενεργότητα $\mathbf{I^{NU}}$ του νουκλιδίου **NU** στο αναλυόμενο δείγμα ή υποδείγμα προκύπτει από τον τύπο: $\mathbf{I^{NU}} = \dfrac{\mathbf{C^{NU}}}{\mathbf{M_d}}$ (18). Όπου: $\mathbf{M_d}$ ≡ η ξηρή μάζα του δείγματος η οποία υπολογίζεται από την μετρημένη ένυδρη μάζα $\mathbf{M_w}$ και τον επίσης μετρημένο λόγο **r** της ξηρής προς την ένυδρη μάζα του υλικού, βάση της σχέσης: $\mathbf{M_d} = \mathbf{r} \cdot \mathbf{M_w}$ (19). Έτσι από τη σχέση (18) $\overset{(19)}{\Rightarrow} \mathbf{I^{NU}} = \dfrac{\mathbf{C^{NU}}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M_w}}$ (20) $\overset{(16)}{\Rightarrow}$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{I^{NU}} = \frac{\sum_{\mathbf{m}} \dfrac{\mathbf{C_m^{NU}}}{(\mathbf{U_{C_m^{NU}}})^2}}{\sum_{\mathbf{m}} \dfrac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M_w}}{(\mathbf{U_{C_m^{NU}}})^2}}} \ (21) = \mathbf{\ldots(Bq/kgr)}.$$

Η αβεβαιότητα $\mathbf{U_{I^{NU}}}$ της $\mathbf{I^{NU}}$ παράγεται από τον τύπο μεταφοράς σφάλματος: $\mathbf{U_{I^{NU}}} = \sqrt{\left(\dfrac{\partial \mathbf{I^{NU}}}{\partial \mathbf{C^{NU}}} \cdot \mathbf{U_{C^{NU}}}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial \mathbf{I^{NU}}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{U_r}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial \mathbf{I^{NU}}}{\partial \mathbf{M_w}} \cdot \mathbf{U_{M_w}}\right)^2}$ (22).

Κάνοντας τις απαραίτητες παραγωγίσεις στη σχέση (20) θα έχουμε: $\left\{\dfrac{\partial \mathbf{I^{NU}}}{\partial \mathbf{C^{NU}}} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M_w}},\ \dfrac{\partial \mathbf{I^{NU}}}{\partial \mathbf{r}} = -\dfrac{\mathbf{C^{NU}}}{\mathbf{r^2} \cdot \mathbf{M_w}},\ \dfrac{\partial \mathbf{I^{NU}}}{\partial \mathbf{M_w}} = -\dfrac{\mathbf{C^{NU}}}{\mathbf{r} \cdot (\mathbf{M_w})^2}\right\}$ (23). Έτσι από

$$(22) \overset{(23)}{\Rightarrow} \mathbf{U_{I^{NU}}} = \sqrt{\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M_w}} \cdot \mathbf{U_{C^{NU}}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{C^{NU}}}{\mathbf{r^2} \cdot \mathbf{M_w}} \cdot \mathbf{U_r}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{C^{NU}}}{\mathbf{r} \cdot (\mathbf{M_w})^2} \cdot \mathbf{U_{M_w}}\right)^2} \Rightarrow \mathbf{U_{I^{NU}}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M_w}} \cdot \sqrt{\left(\mathbf{U_{C^{NU}}}\right)^2 + \left\{(\mathbf{C^{NU}})^2 \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{U_r}}{\mathbf{r}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{U_{M_w}}}{\mathbf{M_w}}\right)^2\right]\right\}}$$

$$\underset{(17)}{\overset{(16)}{\Rightarrow}} \mathbf{U_{I^{NU}}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M_w}} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{1}}{\sum_{\mathbf{m}} \dfrac{\mathbf{1}}{(\mathbf{U_{C_m^{NU}}})^2}} + \left\{\left(\frac{\sum_{\mathbf{m}} \dfrac{\mathbf{C_m^{NU}}}{(\mathbf{U_{C_m^{NU}}})^2}}{\sum_{\mathbf{m}} \dfrac{\mathbf{1}}{(\mathbf{U_{C_m^{NU}}})^2}}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{U_r}}{\mathbf{r}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{U_{M_w}}}{\mathbf{M_w}}\right)^2\right]\right\}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{U}_{\mathbf{I}^{NU}} = \left\{ \sqrt{\left[\sum_{m} \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M}_{w}}{\mathbf{U}_{C_m^{NU}}} \right)^2 \right]} \right\}^{-1} \cdot \sqrt{1 + \left\{ \frac{\left(\sum_{m} \frac{\mathbf{C}_m^{NU}}{(\mathbf{U}_{C_m^{NU}})^2} \right)^2}{\sum_{m} \frac{1}{(\mathbf{U}_{C_m^{NU}})^2}} \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{U}_r}{\mathbf{r}} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{U}_{M_w}}{\mathbf{M}_w} \right)^2 \right] \right\}}} \quad (24) = \ldots\mathbf{(Bq/kgr)}.$$

Η αναγωγή, στην ημερομηνία αναφοράς του μετρημένου δείγματος, της τελικής ειδικής ενεργότητας $\mathbf{I}^{NU}$ του περιεχομένου νουκλιδίου **NU** σε αυτό και της αβεβαιότητάς της $\mathbf{U}_{\mathbf{I}^{NU}}$, πραγματοποιείται αντίστοιχα από τις εξισώσεις: $\mathbf{I}_{DC}^{NU} = \mathbf{I}^{NU} \cdot \mathbf{e}^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^{NU})]}$ (25) και $\mathbf{U}_{\mathbf{I}_{DC}^{NU}} = \mathbf{U}_{\mathbf{I}^{NU}} \cdot \mathbf{e}^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^{NU})]}$ (26), όπου $\mathbf{T_d}$ είναι το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ της ημερομηνίας αναφοράς και της έναρξης της μέτρησης του δείγματος. Έτσι θα έχουμε:

$$\text{Από (25)} \overset{(21)}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{I}_{DC}^{NU} = \frac{\sum_{m} \frac{\mathbf{e}^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^{NU})]} \cdot \mathbf{C}_m^{NU}}{(\mathbf{U}_{C_m^{NU}})^2}}{\sum_{m} \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M}_w}{(\mathbf{U}_{C_m^{NU}})^2}}} \quad (27) = \ldots\mathbf{(Bq/kgr)}$$

$$\text{και από (26)} \overset{(24)}{\Rightarrow} \boxed{\mathbf{U}_{\mathbf{I}_{DC}^{NU}} = \left\{ \sqrt{\left[\sum_{m} \left(\frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{M}_w}{\mathbf{e}^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^{NU})]} \cdot \mathbf{U}_{C_m^{NU}}} \right)^2 \right]} \right\}^{-1} \cdot \sqrt{1 + \left\{ \frac{\left(\sum_{m} \frac{\mathbf{C}_m^{NU}}{(\mathbf{U}_{C_m^{NU}})^2} \right)^2}{\sum_{m} \frac{1}{(\mathbf{U}_{C_m^{NU}})^2}} \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{U}_r}{\mathbf{r}} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{U}_{M_w}}{\mathbf{M}_w} \right)^2 \right] \right\}}} \quad (28) = \ldots\mathbf{(Bq/kgr)}.$$

Όπως έχει προαναφερθεί γίνεται διαίρεση του βασικού δείγματος του υπό ανάλυση υλικού σε **n** υποδείγματα, για την επανάληψη της μέτρησής του **n** φορές (στην περίπτωση της άσκησης **n = 6**). Τα αποτελέσματα της ποιοτικής ανάλυσης είναι ίδια για όλα τα υποδείγματα και χαρακτηρίζουν το εξεταζόμενο υλικό, ενώ στα αποτελέσματα της ποσοτικής ανάλυσης παρατηρούνται, όπως είναι φυσικό, μικροδιαφορές μεταξύ των υποδειγμάτων. Στην συχνή περίπτωση όπου $\mathbf{n \neq 1}$, κατόπιν των φασματοσκοπικών αναλύσεων όλων των υποδειγμάτων, το Εργαστήριο δίνει για το εκάστοτε ευρεθέν περιεχόμενο ραδιονουκλίδιο **NU** στο υπό εξέταση υλικό το εξής ποσοτικό αποτέλεσμα:

$$\boxed{\mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}}\big|_{i}}{(\mathbf{U}_{\mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}}}\big|_{i})^2}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(\mathbf{U}_{\mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}}}\big|_{i})^2}}} \underset{\text{για όλα τα υποδείγματα}}{\overset{(27)}{\Rightarrow}} \mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}} = \mathbf{...(Bq/kgr)}$$

και η αντίστοιχη αβεβαιότητα είναι η

$$\boxed{\mathbf{U}_{\mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}}} = \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{(\mathbf{U}_{\mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}}}\big|_{i})^2}}\right)^{-1}} \underset{\text{για όλα τα υποδείγματα}}{\overset{(28)}{\Rightarrow}} \mathbf{U}_{\mathbf{I}_{\mathbf{DC}}^{\mathbf{NU}}} = \mathbf{...(Bq/kgr)}.$$

Στο σημείο αυτό πρέπει να συμπληρωθούν, ως συνέχεια της περιγραφής της σελίδας 24, μερικά μαθηματικά στοιχεία για τις μετρήσεις των μεγεθών: ένυδρη μάζα $\mathbf{M_w}$ του δείγματος ή του υποδείγματος και λόγος **r** της ξηρής προς την ένυδρη μάζα του υπό εξέταση υλικού. Όπως είναι γνωστό, το Εργαστήριό μας επαναλαμβάνει τη ζύγιση ενός αντικειμένου είκοσι φορές για να καταλήξει στη μάζα του και την αβεβαιότητά της. Έτσι η εν λόγο μάζα θα δίνεται από τον τύπο της μέσης τιμής των 20 μετρήσεων (29) και η αβεβαιότητά της από τον τύπο της μέσης απόκλισης τετραγώνου (30):

$$\boxed{\mathbf{M} = \frac{\sum_{i=1}^{20} \mathbf{m}_i}{\mathbf{20}}} \ (29) \text{ και } \boxed{\mathbf{U}_{\mathbf{M}} = \sqrt{\frac{\left(\mathbf{20} \cdot \sum_{i=1}^{20} \mathbf{m}_i^2\right) - \left(\sum_{i=1}^{20} \mathbf{m}_i\right)^2}{\mathbf{20 \cdot 19}}}} \ (30).$$

- Για ένα δείγμα σαν τα υποδείγματα της άσκησης μετράται αρχικά η μάζα του κενού δοχείου του $\mathbf{M_e}$ και η αβεβαιότητά της $\mathbf{U}_{\mathbf{M_e}}$, σύμφωνα με τα προηγούμενα. Εν συνεχεία τοποθετείται το υλικό εντός του δοχείου και μετράται η μικτή μάζα $\mathbf{M_g}$ και η αβεβαιότητά της $\mathbf{U}_{\mathbf{M_g}}$, πάλι σύμφωνα με τα παραπάνω. Η ένυδρη μάζα του δείγματος – υποδείγματος προκύπτει κάνοντας την αφαίρεση: $\boxed{\mathbf{M_w} = \mathbf{M_g} - \mathbf{M_e}}$ (31) =

…(kgr). Η αβεβαιότητα $\mathbf{U_{M_w}}$ της $\mathbf{M_w}$ παράγεται από τον γνωστό τύπο μεταφοράς σφάλματος: $\mathbf{U_{M_w}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathbf{M_w}}{\partial \mathbf{M_g}} \cdot \mathbf{U_{M_g}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{M_w}}{\partial \mathbf{M_e}} \cdot \mathbf{U_{M_e}}\right)^2}$ (32). Κάνοντας τις απαραίτητες παραγωγίσεις στην (31) θα έχουμε: $\left\{\frac{\partial \mathbf{M_w}}{\partial \mathbf{M_g}} = \mathbf{1},\ \frac{\partial \mathbf{M_w}}{\partial \mathbf{M_e}} = -\mathbf{1}\right\}$ (33). Έτσι από (32) $\overset{(33)}{\Rightarrow}$ $\boxed{\mathbf{U_{M_w}} = \sqrt{(\mathbf{U_{M_g}})^2 + (\mathbf{U_{M_e}})^2}}$ **= …(kgr)**.

- Για τον προσδιορισμό του λόγου **r** της ξηρής προς την ένυδρη μάζα του εκάστοτε υπό εξέταση υλικού παρασκευάζονται **k** υποδείγματα από το βασικό δείγμα (στην περίπτωση της άσκησης **k = 5**). Αρχικά μετράται και προσδιορίζεται η μάζα του κενού δοχείου του καθενός υποδείγματος $\mathbf{M_\delta^e}$ και η αβεβαιότητά της $\mathbf{U_{M_\delta^e}}$, σύμφωνα με τις εξισώσεις (29) και (30). Στη συνέχεια τοποθετείται το υλικό εντός των δοχείων και μετράται για το καθένα η μικτή μάζα $\mathbf{M_\delta^g}$ και η αβεβαιότητά της $\mathbf{U_{M_\delta^g}}$, όπως και πριν. Τελικά, κατόπιν της αποξήρανσης των δειγμάτων, μετράται και προσδιορίζεται η μικτή ξηρή μάζα του καθενός $\mathbf{M_\delta^{gd}}$ και η αβεβαιότητά της $\mathbf{U_{M_\delta^{gd}}}$, κατά τα γνωστά. Η ένυδρη μάζα του κάθε υποδείγματος **δ** προκύπτει κάνοντας την αφαίρεση (34): $\boxed{\mathbf{M_\delta^w} = \mathbf{M_\delta^g} - \mathbf{M_\delta^e}}$ **= …(kgr)**. Η αβεβαιότητα $\mathbf{U_{M_\delta^w}}$ της $\mathbf{M_\delta^w}$ παράγεται από τον γνωστό τύπο μεταφοράς σφάλματος: $\mathbf{U_{M_\delta^w}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathbf{M_\delta^w}}{\partial \mathbf{M_\delta^g}} \cdot \mathbf{U_{M_\delta^g}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{M_\delta^w}}{\partial \mathbf{M_\delta^e}} \cdot \mathbf{U_{M_\delta^e}}\right)^2}$ (35). Κάνοντας τις απαραίτητες παραγωγίσεις στην (34) θα έχουμε: $\left\{\frac{\partial \mathbf{M_\delta^w}}{\partial \mathbf{M_\delta^g}} = \mathbf{1},\ \frac{\partial \mathbf{M_\delta^w}}{\partial \mathbf{M_\delta^e}} = -\mathbf{1}\right\}$ (36). Έτσι από (35) $\overset{(36)}{\Rightarrow}$ $\boxed{\mathbf{U_{M_\delta^w}} = \sqrt{(\mathbf{U_{M_\delta^g}})^2 + (\mathbf{U_{M_\delta^e}})^2}}$ (37) **= …(kgr)**. Η ξηρή μάζα του κάθε υποδείγματος **δ** προκύπτει κάνοντας την αφαίρεση: $\boxed{\mathbf{M_\delta^d} = \mathbf{M_\delta^{gd}} - \mathbf{M_\delta^e}}$ (38) **= …(kgr)**. Η αβεβαιότητα $\mathbf{U_{M_\delta^d}}$ της $\mathbf{M_\delta^d}$ παράγεται από τον γνωστό τύπο μεταφοράς σφάλματος: $\mathbf{U_{M_\delta^d}} = \sqrt{\left(\frac{\partial \mathbf{M_\delta^d}}{\partial \mathbf{M_\delta^{gd}}} \cdot \mathbf{U_{M_\delta^{gd}}}\right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{M_\delta^d}}{\partial \mathbf{M_\delta^e}} \cdot \mathbf{U_{M_\delta^e}}\right)^2}$ (39). Κάνοντας τις απαραίτητες παραγωγίσεις στην (38) θα έχουμε: $\left\{\frac{\partial \mathbf{M_\delta^d}}{\partial \mathbf{M_\delta^{gd}}} = \mathbf{1},\ \frac{\partial \mathbf{M_\delta^d}}{\partial \mathbf{M_\delta^e}} = -\mathbf{1}\right\}$ (40). Έτσι από την (39) $\overset{(40)}{\Rightarrow}$ $\boxed{\mathbf{U_{M_\delta^d}} = \sqrt{(\mathbf{U_{M_\delta^{gd}}})^2 + (\mathbf{U_{M_\delta^e}})^2}}$ (41) **= …(kgr)**. Ο

λόγος $\mathbf{r_\delta}$ (της ξηρής προς την ένυδρη μάζα) του κάθε υποδείγματος $\boldsymbol{\delta}$ υπολογίζεται με την βοήθεια του τύπου: $\mathbf{r_\delta} = \dfrac{\mathbf{M_\delta^d}}{\mathbf{M_\delta^w}}$ $\underset{(38)}{\overset{(34)}{\Rightarrow}} \boxed{\mathbf{r_\delta} = \dfrac{\mathbf{M_\delta^{gd}} - \mathbf{M_\delta^e}}{\mathbf{M_\delta^g} - \mathbf{M_\delta^e}}}$ (42) = **…** . Η αβεβαιότητα $\mathbf{U_{r_\delta}}$ του $\mathbf{r_\delta}$ παράγεται από τον τύπο μεταφοράς σφάλματος: $\mathbf{U_{r_\delta}} = \sqrt{\left(\dfrac{\partial \mathbf{r_\delta}}{\partial \mathbf{M_\delta^d}} \cdot \mathbf{U_{M_\delta^d}}\right)^2 + \left(\dfrac{\partial \mathbf{r_\delta}}{\partial \mathbf{M_\delta^w}} \cdot \mathbf{U_{M_\delta^w}}\right)^2}$ (43). Κάνοντας τις απαραίτητες παραγωγίσεις στην εξίσωση (42) θα έχουμε: $\left\{\dfrac{\partial \mathbf{r_\delta}}{\partial \mathbf{M_\delta^d}} = \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{M_\delta^w}},\ \dfrac{\partial \mathbf{r_\delta}}{\partial \mathbf{M_\delta^w}} = -\dfrac{\mathbf{M_\delta^d}}{(\mathbf{M_\delta^w})^2}\right\}$ (44). Έτσι από την εξίσωση (43) $\overset{(44)}{\Rightarrow}$

$$\overset{(44)}{\Rightarrow} \mathbf{U_{r_\delta}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{M_\delta^w}} \cdot \sqrt{\left(\mathbf{U_{M_\delta^d}}\right)^2 + \left(\frac{\mathbf{M_\delta^d}}{\mathbf{M_\delta^w}} \cdot \mathbf{U_{M_\delta^w}}\right)^2} \underset{(37),(41)}{\overset{(34),(38)}{\Rightarrow}} \boxed{\mathbf{U_{r_\delta}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{M_\delta^g} - \mathbf{M_\delta^e}} \cdot \sqrt{(\mathbf{U_{M_\delta^{gd}}})^2 + (\mathbf{U_{M_\delta^e}})^2 + \left\{\left(\frac{\mathbf{M_\delta^{gd}} - \mathbf{M_\delta^e}}{\mathbf{M_\delta^g} - \mathbf{M_\delta^e}}\right)^2 \cdot \left[(\mathbf{U_{M_\delta^g}})^2 + (\mathbf{U_{M_\delta^e}})^2\right]\right\}}} \quad (45) = = \ldots .$$

Καταλήγοντας, ο ζητούμενος λόγος **r** της ξηρής προς την ένυδρη μάζα του υπό εξέταση υλικού και η αβεβαιότητά του $\mathbf{U_r}$, υπολογίζονται αντίστοιχα από τις εξισώσεις:

$$\underbrace{\mathbf{r} = \frac{\sum_{\delta=1}^{k} \frac{\mathbf{r_\delta}}{(\mathbf{U_{r_\delta}})^2}}{\sum_{\delta=1}^{k} \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{U_{r_\delta}})^2}} \left(\begin{array}{c}\textbf{τύπος ζυγισμένης}\\ \textbf{μέσης ττιμή}\end{array}\right) \quad \textbf{και} \quad \mathbf{U_r} = \left(\sqrt{\sum_{\delta=1}^{k} \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{U_{r_\delta}})^2}}\right)^{-1}}_{(42) \Downarrow (45)}$$

$$\mathbf{r} = \frac{\displaystyle\sum_{\delta=1}^{k} \frac{(M_\delta^g - M_\delta^e)\cdot(M_\delta^{gd} - M_\delta^e)}{(U_{M_\delta^{gd}})^2 + (U_{M_\delta^e})^2 + \left\{\left(\frac{M_\delta^{gd} - M_\delta^e}{M_\delta^g - M_\delta^e}\right)^2 \cdot \left[(U_{M_\delta^g})^2 + (U_{M_\delta^e})^2\right]\right\}}}{\displaystyle\sum_{\delta=1}^{k} \frac{(M_\delta^g - M_\delta^e)^2}{(U_{M_\delta^{gd}})^2 + (U_{M_\delta^e})^2 + \left\{\left(\frac{M_\delta^{gd} - M_\delta^e}{M_\delta^g - M_\delta^e}\right)^2 \cdot \left[(U_{M_\delta^g})^2 + (U_{M_\delta^e})^2\right]\right\}}} = \ldots$$

και

$$U_r = \frac{1}{\sqrt{\displaystyle\sum_{\delta=1}^{k} \frac{(M_\delta^g - M_\delta^e)^2}{(U_{M_\delta^{gd}})^2 + (U_{M_\delta^e})^2 + \left\{\left(\frac{M_\delta^{gd} - M_\delta^e}{M_\delta^g - M_\delta^e}\right)^2 \cdot \left[(U_{M_\delta^g})^2 + (U_{M_\delta^e})^2\right]\right\}}}} = \ldots .$$

Κλείνοντας το κεφάλαιο αυτό θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι οδηγοί, που περιέχουν την θεωρία η οποία αφορά όλη την παραπάνω ανάλυση δεδομένων, είναι οι: α) *"ISO Guide to Expression of Uncertainty in Measurement" (ISO, Geneva 1993)* και β) *"Quantifying Uncertainty in Chemical Measurement" (EURACHEM / CITAC, 2nd edition 2000)*. Ως επίλογος της παρούσης αναφοράς παρατίθεται ένα παράδειγμα μέρους της ποσοτικής ανάλυσης ενός υποδείγματος:

Στο παράδειγμα που ακολουθεί θα θεωρήσουμε ότι έχει μετρηθεί υποδείγμα ένυδρης μάζας $\mathbf{M_w \pm U_{M_w}}$, που ο λόγος της ξηρής προς την ένυδρη μάζα του υλικού του είναι μετρημένος και ισούται με $\mathbf{r \pm U_r}$. Η μέτρηση ξεκίνησε $\mathbf{T_d}$ χρόνο μετά την ημερομηνία αναφοράς και διήρκεσε $\mathbf{T_l}$ καθαρό χρονικό διάστημα. Κατά την μέτρηση καταγράφηκε και το κλάσμα **F** του νεκρού χρόνου του μετατροπέα σήματος (ADC) του μετρητικού συστήματος. Έστω επίσης ότι το πρόγραμμα φασματοσκοπικής ανάλυσης έχει λειτουργήσει και έχει φτάσει στο σημείο οριστικοποίησης του πίνακα σύμπτωσης ενεργειών ραδιονουκλιδίων – κορυφών του φάσματος. Ο εν λόγο πίνακας έχει την παρακάτω μορφή:

Κωδικός εργαστηρίου: 5

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

m	ΓΕΓΟΝΟΤΑ	ΦΥΣΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ	ΑΠΟΔΟΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ	ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ					
				A	B	C	D	E	F
1	$N_1 \pm U_{N_1}$	$G_{BKG_1} \pm U_{G_{BKG}(1)}$	$E(EN_1) \pm U_{E(EN_1)}$		$Y_1^B \pm U_{Y_1^B}$		$Y_1^D \pm U_{Y_1^D}$		
2	$N_2 \pm U_{N_2}$	$G_{BKG_2} \pm U_{G_{BKG}(2)}$	$E(EN_2) \pm U_{E(EN_2)}$					$Y_2^E \pm U_{Y_2^E}$	
3	$N_3 \pm U_{N_3}$	$G_{BKG_3} \pm U_{G_{BKG}(3)}$	$E(EN_3) \pm U_{E(EN_3)}$	$Y_3^A \pm U_{Y_3^A}$					
4	$N_4 \pm U_{N_4}$	$G_{BKG_4} \pm U_{G_{BKG}(4)}$	$E(EN_4) \pm U_{E(EN_4)}$				$Y_4^D \pm U_{Y_4^D}$		
5	$N_5 \pm U_{N_5}$	$G_{BKG_5} \pm U_{G_{BKG}(5)}$	$E(EN_5) \pm U_{E(EN_5)}$			$Y_5^C \pm U_{Y_5^C}$			
6	$N_6 \pm U_{N_6}$	$G_{BKG_6} \pm U_{G_{BKG}(6)}$	$E(EN_6) \pm U_{E(EN_6)}$		$Y_6^B \pm U_{Y_6^B}$		$Y_6^D \pm U_{Y_6^D}$	$Y_6^E \pm U_{Y_6^E}$	
7	$N_7 \pm U_{N_7}$	$G_{BKG_7} \pm U_{G_{BKG}(7)}$	$E(EN_7) \pm U_{E(EN_7)}$			$Y_7^C \pm U_{Y_7^C}$			
8	$N_8 \pm U_{N_8}$	$G_{BKG_8} \pm U_{G_{BKG}(8)}$	$E(EN_8) \pm U_{E(EN_8)}$		$Y_8^B \pm U_{Y_8^B}$				$Y_8^F \pm U_{Y_8^F}$
9	$N_9 \pm U_{N_9}$	$G_{BKG_9} \pm U_{G_{BKG}(9)}$	$E(EN_9) \pm U_{E(EN_9)}$						$Y_9^F \pm U_{Y_9^F}$
10	$N_{10} \pm U_{N_{10}}$	$G_{BKG_{10}} \pm U_{G_{BKG}(10)}$	$E(EN_{10}) \pm U_{E(EN_{10})}$					$Y_{10}^E \pm U_{Y_{10}^E}$	
ΗΛΙΚΙΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ = T_d			(0.75≤)**CV**(≤1)	CV_A	CV_B	CV_C	CV_D	CV_E	CV_F
ΚΑΘΑΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ = T_l				$T_{1/2}^A$	$T_{1/2}^B$	$T_{1/2}^C$	$T_{1/2}^D$	$T_{1/2}^E$	$T_{1/2}^F$
ΝΕΚΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ADC = F			**ΚΑΘΑΡΟΣ ΧΡΟΝΟΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΦΥΣΙΚΟΥ ΥΠΟΒΑΘΡΟΥ** = $T_{l_{BKG}}$						
ΛΟΓΟΣ ΞΗΡΗΣ / ΕΝΥΔΡΗ = $r \pm U_r$			**ΕΝΥΔΡΗ ΜΑΖΑ ΔΕΙΓΜΑΤΟΣ** = $M_w \pm U_{M_w}$						

Ο προηγούμενος πίνακας, με πράξεις και ελέγχους που εκτελεί το πρόγραμμα, μετατρέπεται στον εμπλουτισμένο πίνακα των αποτελεσμάτων της ανάλυσης, που έχει την ακόλουθη μορφή:

Κωδικός εργαστηρίου: 5

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΤΟΜΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑΣ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝΤΟΣ

m	ΡΑΔΙΟΝΟΥΚΛΙΔΙΟ																	
	A			B			C			D			E			F		
	C_m^A	$U_{C_m^A}$	$\%R_m$	C_m^B	$U_{C_m^B}$	$\%R_m$	C_m^C	$U_{C_m^C}$	$\%R_m$	C_m^D	$U_{C_m^D}$	$\%R_m$	C_m^E	$U_{C_m^E}$	$\%R_m$	C_m^F	$U_{C_m^F}$	$\%R_m$
1	-	-	-	C_1^B	$U_{C_1^B}$	Π_1^B	-	-	-	C_1^D	$U_{C_1^D}$	Π_1^D	-	-	-	-	-	-
2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	C_2^E	$U_{C_2^E}$	**100**	-	-	-
3	C_3^A	$U_{C_3^A}$	**100**	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	C_4^D	$U_{C_4^D}$	**100**	-	-	-	-	-	-
5	-	-	-	-	-	-	C_5^C	$U_{C_5^C}$	**100**	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-	-	-	C_6^B	$U_{C_6^B}$	Π_6^B	-	-	-	C_6^D	$U_{C_6^D}$	Π_6^D	C_6^E	$U_{C_6^E}$	Π_6^E	-	-	-
7	-	-	-	-	-	-	C_7^C	$U_{C_7^C}$	**100**	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-	-	-	C_8^B	$U_{C_8^B}$	Π_8^B	-	-	-	-	-	-	-	-	-	C_8^F	$U_{C_8^F}$	Π_8^F
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	C_9^F	$U_{C_9^F}$	**100**
10	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	C_{10}^E	$U_{C_{10}^E}$	**100**	-	-	-
ΤΕΛΙΚΟ ΑΠΟΤ/ΜΑ	I^A	U_{I^A}	-	I^B	U_{I^B}	-	I^C	U_{I^C}	-	I^D	U_{I^D}	-	I^E	U_{I^E}	-	I^F	U_{I^F}	-
ΑΝΗΓ/ΝΟ ΤΕΛΙΚΟ ΑΠΟΤ/ΜΑ	I_{DC}^A	$U_{I_{DC}^A}$	-	I_{DC}^B	$U_{I_{DC}^B}$	-	I_{DC}^C	$U_{I_{DC}^C}$	-	I_{DC}^D	$U_{I_{DC}^D}$	-	I_{DC}^E	$U_{I_{DC}^E}$	-	I_{DC}^F	$U_{I_{DC}^F}$	-
CV	CV_A	-	-	CV_B	-	-	CV_C	-	-	CV_D	-	-	CV_E	-	-	CV_F	-	-

Οι πράξεις που χρησιμοποιούνται για την προαναφερθείσα μετατροπή είναι οι εξής:

- Για το ισότοπο **A**: $$\mathbf{I^A = \frac{\sum_{m=3} \frac{C_m^A}{(U_{C_m^A})^2}}{\sum_{m=3} \frac{r \cdot M_w}{(U_{C_m^A})^2}} \Rightarrow I^A = \frac{\frac{C_3^A}{(U_{C_3^A})^2}}{\frac{r \cdot M_w}{(U_{C_3^A})^2}} \Rightarrow I^A = \frac{C_3^A}{r \cdot M_w} \Rightarrow \boxed{I^A = \frac{\left\{[(\ln 2) \cdot T_l]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\right\} \cdot \left\{N_3 - [(T_l / T_{l_{BKG}}) \cdot G_{BKG_3}]\right\}}{\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_l]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\}}\} \cdot Y_3^A \cdot E(EN_3) \cdot T_l \cdot r \cdot M_w}}},$$

$$\mathbf{U_{I^A} = \left\{\sqrt{\left[\sum_{m=3}\left(\frac{r \cdot M_w}{U_{C_m^A}}\right)^2\right]}\right\}^{-1} \cdot \sqrt{1 + \left\{\frac{\left(\sum_{m=3} \frac{C_m^A}{(U_{C_m^A})^2}\right)^2}{\sum_{m=3} \frac{1}{(U_{C_m^A})^2}} \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}} \Rightarrow}$$

$$\mathbf{\Rightarrow U_{I^A} = \left\{\sqrt{\left[\left(\frac{r \cdot M_w}{U_{C_3^A}}\right)^2\right]}\right\}^{-1} \cdot \sqrt{1 + \left\{\frac{\left(\frac{C_3^A}{(U_{C_3^A})^2}\right)^2}{\frac{1}{(U_{C_3^A})^2}} \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}} \Rightarrow U_{I^A} = \frac{U_{C_3^A}}{r \cdot M_w} \cdot \sqrt{1 + \left\{\left(\frac{C_3^A}{U_{C_3^A}}\right)^2 \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}} \Rightarrow}$$

$$\mathbf{\Rightarrow U_{I^A} = \sqrt{\left(\frac{U_{C_3^A}}{r \cdot M_w}\right)^2 + \left\{(I^A)^2 \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}} \Rightarrow}$$

$$\Rightarrow \quad U_{I^A} = I^A \cdot \sqrt{\frac{\left(U_{N_3}\right)^2 + \left(\frac{T_1}{T_{1_{BKG}}} \cdot U_{G_{BKG}(3)}\right)^2}{\{N_3 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_3}]\}^2} + \left(\frac{U_{E(EN_3)}}{E(EN_3)}\right)^2 + \left(\frac{U_{Y_3^A}}{Y_3^A}\right)^2 + \left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{I^A} = \frac{\left\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\right\} \cdot \left\{N_3 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_3}]\right\}}{\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\}}\} \cdot Y_3^A \cdot E(EN_3) \cdot T_1 \cdot r \cdot M_w} \cdot \sqrt{\frac{\left(U_{N_3}\right)^2 + \left(\frac{T_1}{T_{1_{BKG}}} \cdot U_{G_{BKG}(3)}\right)^2}{\{N_3 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_3}]\}^2} + \left(\frac{U_{E(EN_3)}}{E(EN_3)}\right)^2 + \left(\frac{U_{Y_3^A}}{Y_3^A}\right)^2 + \left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2}}$$

$$I_{DC}^A = I^A \cdot e^{[(\ln 2) \cdot (T_d/T_{1/2}^A)]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_{DC}^A = \frac{\left\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\right\} \cdot \left\{N_3 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_3}]\right\} \cdot e^{[(\ln 2) \cdot (T_d/T_{1/2}^A)]}}{\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\}}\} \cdot Y_3^A \cdot E(EN_3) \cdot T_1 \cdot r \cdot M_w}}, \quad U_{I_{DC}^A} = U_{I^A} \cdot e^{[(\ln 2) \cdot (T_d/T_{1/2}^A)]} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{U_{I_{DC}^A} = \frac{\left\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\right\} \cdot \left\{N_3 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_3}]\right\}}{\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^A]\}}\} \cdot Y_3^A \cdot E(EN_3) \cdot T_1 \cdot r \cdot M_w} \cdot \sqrt{\frac{\frac{\left(U_{N_3}\right)^2 + \left(\frac{T_1}{T_{1_{BKG}}} \cdot U_{G_{BKG}(3)}\right)^2}{\{N_3 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_3}]\}^2} + \left(\frac{U_{E(EN_3)}}{E(EN_3)}\right)^2 + \left(\frac{U_{Y_3^A}}{Y_3^A}\right)^2 + \left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2}{e^{-2 \cdot [(\ln 2) \cdot (T_d/T_{1/2}^A)]}}}}$$

- Για το ισότοπο **D** πραγματοποιούνται οι παραπάνω πράξεις με την ίδια σειρά, αλλά αυτή την φορά το **m** είναι ίσο με **4**. Να σημειωθεί ότι το **D** ανήκει σε ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων και έτσι η τελική ειδική ενεργότητά του προσδιορίζεται από την ενεργότητά του στην κάθε μη κοινή συμπίπτουσα ενέργειά του (αυτή είναι μόνο η ενέργεια 4). Τα αποτελέσματα των πράξεων θα είναι τα εξής:

$$\mathbf{I^D} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_4 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_4}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\}}\}\cdot Y^D_4\cdot E(EN_4)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w},$$

$$\mathbf{I^D_{DC}} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_4 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_4}]\right\}\cdot e^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T^D_{1/2})]}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\}}\}\cdot Y^D_4\cdot E(EN_4)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w},$$

$$\mathbf{U_{I^D}} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_4 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_4}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\}}\}\cdot Y^D_4\cdot E(EN_4)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\cdot\sqrt{\frac{\left(U_{N_4}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(4)}\right)^2}{\{N_4-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_4}]\}^2}+\left(\frac{U_{E(EN_4)}}{E(EN_4)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^D_4}}{Y^D_4}\right)^2+\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2},$$

$$\mathbf{U_{I^D_{DC}}} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_4 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_4}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^D_{1/2}]\}}\}\cdot Y^D_4\cdot E(EN_4)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\cdot\sqrt{\frac{\frac{\left(U_{N_4}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(4)}\right)^2}{\{N_4-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_4}]\}^2}+\left(\frac{U_{E(EN_4)}}{E(EN_4)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^D_4}}{Y^D_4}\right)^2+\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2}{e^{-2\cdot[(\ln 2)\cdot(T_d/T^D_{1/2})]}}}.$$

- Για το ισότοπο **F** πραγματοποιούνται οι παραπάνω πράξεις με την ίδια σειρά, αλλά αυτή την φορά το **m** είναι ίσο με **9**. Να σημειωθεί ότι το **F** ανήκει σε ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων και έτσι η τελική ειδική ενεργότητά του προσδιορίζεται από την ενεργότητά του στην κάθε μη κοινή συμπίπτουσα ενέργειά του (αυτή είναι μόνο η ενέργεια 9). Τα αποτελέσματα των πράξεων θα είναι τα εξής:

$$\mathbf{I^F} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_9 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_9}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\}}\}\cdot Y^F_9\cdot E(EN_9)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w},$$

$$\mathbf{I^F_{DC}} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_9 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_9}]\right\}\cdot e^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T^F_{1/2})]}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\}}\}\cdot Y^F_9\cdot E(EN_9)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w},$$

$$\boxed{U_{I^F} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_9 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_9}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\}}\}\cdot Y^F_9\cdot E(EN_9)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\cdot\sqrt{\frac{\left(U_{N_9}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(9)}\right)^2}{\{N_9-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_9}]\}^2}+\left(\frac{U_{E(EN_9)}}{E(EN_9)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^F_9}}{Y^F_9}\right)^2+\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2}},$$

$$\boxed{U_{I^F_{DC}} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\right\}\cdot\left\{N_9 - [(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_9}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^F_{1/2}]\}}\}\cdot Y^F_9\cdot E(EN_9)\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\cdot\sqrt{\frac{\frac{\left(U_{N_9}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(9)}\right)^2}{\{N_9-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_9}]\}^2}+\left(\frac{U_{E(EN_9)}}{E(EN_9)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^F_9}}{Y^F_9}\right)^2+\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2}{e^{-2\cdot[(\ln 2)\cdot(T_d/T^F_{1/2})]}}}.$$

- Για το ισότοπο **C**: $$I^C = \frac{\sum_{m=5,7}\frac{C^C_m}{(U_{C^C_m})^2}}{\sum_{m=5,7}\frac{r\cdot M_w}{(U_{C^C_m})^2}} \Rightarrow I^C = \frac{\frac{C^C_5}{(U_{C^C_5})^2}+\frac{C^C_7}{(U_{C^C_7})^2}}{\frac{r\cdot M_w}{(U_{C^C_5})^2}+\frac{r\cdot M_w}{(U_{C^C_7})^2}} \Rightarrow I^C = \frac{\frac{[(U_{C^C_7})^2\cdot C^C_5]+[(U_{C^C_5})^2\cdot C^C_7]}{(U_{C^C_5}\cdot U_{C^C_7})^2}}{\frac{r\cdot M_w\cdot[(U_{C^C_7})^2+(U_{C^C_5})^2]}{(U_{C^C_5}\cdot U_{C^C_7})^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I^C = \left[\frac{(U_{C^C_7})^2}{(U_{C^C_7})^2+(U_{C^C_5})^2}\cdot\frac{C^C_5}{r\cdot M_w}\right]+\left[\frac{(U_{C^C_5})^2}{(U_{C^C_7})^2+(U_{C^C_5})^2}\cdot\frac{C^C_7}{r\cdot M_w}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} I^C &= \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^C]\right\}\cdot\left\{\{A\}\cdot Y_5^C\cdot E(EN_5)\cdot\{N_5-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_5}]\}+\{B\}\cdot Y_7^C\cdot E(EN_7)\cdot\{N_7-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_7}]\}\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^C]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w\cdot\left\{\{A\}\cdot[Y_5^C\cdot E(EN_5)]^2+\{B\}\cdot[Y_7^C\cdot E(EN_7)]^2\right\}} \\ A &= \left(U_{N_7}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(7)}\right)^2+\left\{\left\{N_7-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_7}]\right\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_7)}}{E(EN_7)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y_7^C}}{Y_7^C}\right)^2\right]\right\} \\ B &= \left(U_{N_5}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(5)}\right)^2+\left\{\left\{N_5-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_5}]\right\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_5)}}{E(EN_5)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y_5^C}}{Y_5^C}\right)^2\right]\right\} \end{aligned}} \,,$$

$$U_{I^C}=\left\{\sqrt{\left[\sum_{m=5,7}\left(\frac{r\cdot M_w}{U_{C_m^C}}\right)^2\right]}\right\}^{-1}\cdot\sqrt{1+\left\{\frac{\left(\sum_{m=5,7}\frac{C_m^C}{(U_{C_m^C})^2}\right)^2}{\sum_{m=5,7}\frac{1}{(U_{C_m^C})^2}}\cdot\left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad U_{I^C} = \sqrt{\frac{1}{\left(\frac{r \cdot M_w}{U_{C_5^C}}\right)^2 + \left(\frac{r \cdot M_w}{U_{C_7^C}}\right)^2}} \cdot \sqrt{1 + \left\{ \frac{\left(\frac{C_5^C}{(U_{C_5^C})^2} + \frac{C_7^C}{(U_{C_7^C})^2}\right)^2}{\frac{1}{(U_{C_5^C})^2} + \frac{1}{(U_{C_7^C})^2}} \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right] \right\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad U_{I^C} = \sqrt{\frac{(U_{C_7^C} \cdot U_{C_5^C})^2}{(r \cdot M_w \cdot U_{C_7^C})^2 + (r \cdot M_w \cdot U_{C_5^C})^2}} \cdot \sqrt{1 + \left\{ \frac{\left(\frac{[(U_{C_7^C})^2 \cdot C_5^C] + [(U_{C_5^C})^2 \cdot C_7^C]}{(U_{C_5^C} \cdot U_{C_7^C})^2}\right)^2}{\frac{(U_{C_7^C})^2 + (U_{C_5^C})^2}{(U_{C_7^C} \cdot U_{C_5^C})^2}} \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right] \right\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad U_{I^C} = \sqrt{\frac{(U_{C_7^C} \cdot U_{C_5^C})^2}{(r \cdot M_w)^2 \cdot [(U_{C_7^C})^2 + (U_{C_5^C})^2]} + \left\{ \left\{ \left[\frac{(U_{C_7^C})^2}{(U_{C_7^C})^2 + (U_{C_5^C})^2} \cdot \frac{C_5^C}{r \cdot M_w}\right] + \left[\frac{(U_{C_5^C})^2}{(U_{C_7^C})^2 + (U_{C_5^C})^2} \cdot \frac{C_7^C]}{r \cdot M_w}\right] \right\}^2 \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right] \right\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad U_{I^C} = \sqrt{\frac{(U_{C_7^C} \cdot U_{C_5^C})^2}{(r \cdot M_w)^2 \cdot [(U_{C_7^C})^2 + (U_{C_5^C})^2]} + \left\{ (I^C)^2 \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right] \right\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned}
U_{I^C} &= \sqrt{\left\{\left\{\frac{\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^C_{1/2}]\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^C_{1/2}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\right\}^2\cdot\frac{\{A\}\cdot\{B\}}{\{A\}\cdot[Y^C_5\cdot E(EN_5)]^2+\{B\}\cdot[Y^C_7\cdot E(EN_7)]^2}\right\}+\left\{(I^C)^2\cdot\left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}}\\
I^C &= \frac{\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^C_{1/2}]\}\cdot\{\{A\}\cdot Y^C_5\cdot E(EN_5)\cdot\{N_5-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_5}]\}+\{B\}\cdot Y^C_7\cdot E(EN_7)\cdot\{N_7-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_7}]\}\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^C_{1/2}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w\cdot\{\{A\}\cdot[Y^C_5\cdot E(EN_5)]^2+\{B\}\cdot[Y^C_7\cdot E(EN_7)]^2\}}\\
A &= (U_{N_7})^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(7)}\right)^2+\left\{\{N_7-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_7}]\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_7)}}{E(EN_7)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^C_7}}{Y^C_7}\right)^2\right]\right\}\\
B &= (U_{N_5})^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(5)}\right)^2+\left\{\{N_5-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_5}]\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_5)}}{E(EN_5)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^C_5}}{Y^C_5}\right)^2\right]\right\}
\end{aligned}}\,,$$

$$\left\{\begin{aligned}
I^C_{DC} &= I^C\cdot e^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T^C_{1/2})]}\\
U_{I^C_{DC}} &= U_{I^C}\cdot e^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T^C_{1/2})]}
\end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{I}_{DC}^{C} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{C}]\right\}\cdot\left\{\{A\}\cdot Y_5^C\cdot E(EN_5)\cdot\{N_5-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_5}]\}+\{B\}\cdot Y_7^C\cdot E(EN_7)\cdot\{N_7-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_7}]\}\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{C}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w\cdot\left\{\{A\}\cdot[Y_5^C\cdot E(EN_5)]^2+\{B\}\cdot[Y_7^C\cdot E(EN_7)]^2\right\}\cdot e^{-[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^{C})]}}$$

$$\mathbf{U}_{I_{DC}^{C}} = \sqrt{\left\{\left\{\frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{C}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^{C}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\right\}^2\cdot\frac{\{A\}\cdot\{B\}\cdot e^{2\cdot[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^{C})]}}{\{A\}\cdot[Y_5^C\cdot E(EN_5)]^2+\{B\}\cdot[Y_7^C\cdot E(EN_7)]^2}\right\}+\left\{(I_{DC}^{C})^2\cdot\left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}}$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{A} = \left(U_{N_7}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(7)}\right)^2+\left\{\left\{N_7-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_7}]\right\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_7)}}{E(EN_7)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y_7^C}}{Y_7^C}\right)^2\right]\right\}$$

$$\mathbf{B} = \left(U_{N_5}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(5)}\right)^2+\left\{\left\{N_5-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_5}]\right\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_5)}}{E(EN_5)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y_5^C}}{Y_5^C}\right)^2\right]\right\}$$

.

- Για το ισότοπο **E** πραγματοποιούνται οι ίδιες πράξεις με αυτές του ραδιονουκλιδίου **C**, αλλά στην προκειμένη περίπτωση ισχύει ότι **m = 2, 10**. Να σημειωθεί ότι το **E** ανήκει σε ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων και έτσι η τελική ειδική ενεργότητά του προσδιορίζεται από την ενεργότητά του στην κάθε μη κοινή συμπίπτουσα ενέργειά του (οι μη κοινές συμπίπτουσες ενέργειές του είναι οι 2 και 10). Τα αποτελέσματα των πράξεων θα είναι τα εξής:

$$\mathbf{I^E} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\right\}\cdot\left\{\{A\}\cdot Y^E_{10}\cdot E(EN_{10})\cdot\{N_{10}-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_{10}}]\}+\{B\}\cdot Y^E_2\cdot E(EN_2)\cdot\{N_2-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_2}]\}\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w\cdot\left\{\{A\}\cdot[Y^E_{10}\cdot E(EN_{10})]^2+\{B\}\cdot[Y^E_2\cdot E(EN_2)]^2\right\}}$$

$$\mathbf{U_{I^E}} = \sqrt{\left\{\left\{\frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\right\}^2\cdot\frac{\{A\}\cdot\{B\}}{\{A\}\cdot[Y^E_{10}\cdot E(EN_{10})]^2+\{B\}\cdot[Y^E_2\cdot E(EN_2)]^2}\right\}+\left\{(I^E)^2\cdot\left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}}$$

$$\mathbf{A} = \left(U_{N_2}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(2)}\right)^2+\left\{\left\{N_2-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_2}]\right\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_2)}}{E(EN_2)}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^E_2}}{Y^E_2}\right)^2\right]\right\}$$

$$\mathbf{B} = \left(U_{N_{10}}\right)^2+\left(\frac{T_l}{T_{l_{BKG}}}\cdot U_{G_{BKG}(10)}\right)^2+\left\{\left\{N_{10}-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_{10}}]\right\}^2\cdot\left[\left(\frac{U_{E(EN_{10})}}{E(EN_{10})}\right)^2+\left(\frac{U_{Y^E_{10}}}{Y^E_{10}}\right)^2\right]\right\}$$

,

$$\mathbf{I^E_{DC}} = \frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\right\}\cdot\left\{\{A\}\cdot Y^E_{10}\cdot E(EN_{10})\cdot\{N_{10}-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_{10}}]\}+\{B\}\cdot Y^E_2\cdot E(EN_2)\cdot\{N_2-[(T_l/T_{l_{BKG}})\cdot G_{BKG_2}]\}\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w\cdot\left\{\{A\}\cdot[Y^E_{10}\cdot E(EN_{10})]^2+\{B\}\cdot[Y^E_2\cdot E(EN_2)]^2\right\}\cdot e^{-[(\ln 2)\cdot(T_d/T^E_{1/2})]}}$$

$$\mathbf{U_{I^E_{DC}}} = \sqrt{\left\{\left\{\frac{\left\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\right\}}{\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_l]/[(1-F)\cdot T^E_{1/2}]\}}\}\cdot T_l\cdot r\cdot M_w}\right\}^2\cdot\frac{\{A\}\cdot\{B\}\cdot e^{2\cdot[(\ln 2)\cdot(T_d/T^E_{1/2})]}}{\{A\}\cdot[Y^E_{10}\cdot E(EN_{10})]^2+\{B\}\cdot[Y^E_2\cdot E(EN_2)]^2}\right\}+\left\{(I^E_{DC})^2\cdot\left[\left(\frac{U_r}{r}\right)^2+\left(\frac{U_{M_w}}{M_w}\right)^2\right]\right\}}$$

.

Τα A, B ίδια με τα προηγούμενα.

- Το ισότοπο **B** ανήκει σε ομάδα συμπιπτόντων ισοτόπων και έχει μόνο κοινές συμπίπτουσες ενέργειες, τις **m = 1, 6, 8**. Έτσι η τελική ειδική ενεργότητά του προσδιορίζεται από την ενεργότητά του στην κάθε κοινή συμπίπτουσα ενέργειά του, εφόσον έχουν υπολογιστεί όλα τα παραπάνω (από τον 2° πίνακα είναι προφανές ότι: $\Pi_1^B = 100 - \Pi_1^D$, $\Pi_6^B = 100 - \Pi_6^D - \Pi_6^E$ **και** $\Pi_8^B = 100 - \Pi_8^F$). Οι πράξεις που λαμβάνουν χώρα είναι οι εξής:

1.) $$\Pi_1^B = 100 - \Pi_1^D \quad \Rightarrow \quad R_1^B = R_1 - R_1^D \quad \Rightarrow \quad R_1^B = \frac{N_1 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_1}]}{E(EN_1) \cdot T_1} - \frac{r \cdot M_w \cdot Y_1^D \cdot I^D \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{Y_1^B \cdot C_1^B \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}} = \frac{N_1 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_1}]}{E(EN_1) \cdot T_1} - \frac{r \cdot M_w \cdot Y_1^D \cdot I^D \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{C_1^B = \frac{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_1^B \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \cdot \left\{\frac{N_1 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_1}]}{E(EN_1) \cdot T_1} - \frac{r \cdot M_w \cdot Y_1^D \cdot I^D \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}} \text{ (a)} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll}
\dfrac{\partial C_1^B}{\partial Y_1^B} = -\dfrac{C_1^B}{Y_1^B}, & \dfrac{\partial C_1^B}{\partial N_1} = \dfrac{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_1^B \cdot E(EN_1) \cdot T_1 \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_1^B}{\partial G_{BKG_1}} = -\dfrac{(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_1^B \cdot E(EN_1) \cdot T_1 \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, & \dfrac{\partial C_1^B}{\partial E(EN_1)} = -\dfrac{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\} \cdot \{N_1 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_1}]\}}{Y_1^B \cdot [E(EN_1)]^2 \cdot T_1 \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_1^B}{\partial r} = -\dfrac{M_w \cdot Y_1^D \cdot I^D \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\}}{Y_1^B \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, & \dfrac{\partial C_1^B}{\partial M_w} = -\dfrac{r \cdot Y_1^D \cdot I^D \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\}}{Y_1^B \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_1^B}{\partial Y_1^D} = -\dfrac{r \cdot M_w \cdot I^D \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\}}{Y_1^B \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, & \dfrac{\partial C_1^B}{\partial I^D} = -\dfrac{r \cdot M_w \cdot Y_1^D \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\}}\}}{Y_1^B \cdot \{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^D]\} \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}}
\end{array} \right\},$$

$$\boxed{U_{C_1^B} = \sqrt{\left(\frac{\partial C_1^B}{\partial Y_1^B}\cdot U_{Y_1^B}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_1^B}{\partial N_1}\cdot U_{N_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_1^B}{\partial G_{BKG_1}}\cdot U_{G_{BKG}(1)}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_1^B}{\partial E(EN_1)}\cdot U_{E(EN_1)}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_1^B}{\partial r}\cdot U_r\right)^2 + \left(\frac{\partial C_1^B}{\partial M_w}\cdot U_{M_w}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_1^B}{\partial Y_1^D}\cdot U_{Y_1^D}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_1^B}{\partial I^D}\cdot U_{I^D}\right)^2}}$$

(c)

2.) $\Pi_6^B = 100 - \Pi_6^D - \Pi_6^E \quad \Rightarrow \quad R_6^B = R_6 - R_6^D - R_6^E \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad R_6^B = \frac{N_6 - [(T_1/T_{1_{BKG}})\cdot G_{BKG_6}]}{E(EN_6)\cdot T_1} - \frac{r\cdot M_w\cdot Y_6^D\cdot I^D\cdot\left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}} - \frac{r\cdot M_w\cdot Y_6^E\cdot I^E\cdot\left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}} \quad \Rightarrow$$

$$\frac{Y_6^B\cdot C_6^B\cdot\left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}} = \frac{N_6 - [(T_1/T_{1_{BKG}})\cdot G_{BKG_6}]}{E(EN_6)\cdot T_1} - \frac{r\cdot M_w\cdot Y_6^D\cdot I^D\cdot\left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}} - \frac{r\cdot M_w\cdot Y_6^E\cdot I^E\cdot\left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{C_6^B = \frac{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_6^B\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}\cdot\left\{\frac{N_6 - [(T_1/T_{1_{BKG}})\cdot G_{BKG_6}]}{E(EN_6)\cdot T_1} - \frac{r\cdot M_w\cdot Y_6^D\cdot I^D\cdot\left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}} - \frac{r\cdot M_w\cdot Y_6^E\cdot I^E\cdot\left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}\right\}}$$

(d)

$$\Downarrow$$

$$\Downarrow$$

$$\left\{\begin{array}{l}
\dfrac{\partial C_6^B}{\partial Y_6^B} = -\dfrac{C_6^B}{Y_6^B} \quad , \quad \dfrac{\partial C_6^B}{\partial N_6} = \dfrac{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_6^B \cdot E(EN_6)\cdot T_1 \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_6^B}{\partial G_{BKG_6}} = -\dfrac{(T_1/T_{1_{BKG}})\cdot\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_6^B \cdot E(EN_6)\cdot T_1 \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \quad , \quad \dfrac{\partial C_6^B}{\partial E(EN_6)} = -\dfrac{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{N_6 - [(T_1/T_{1_{BKG}})\cdot G_{BKG_6}]\}}{Y_6^B \cdot [E(EN_6)]^2 \cdot T_1 \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_6^B}{\partial r} = -\dfrac{M_w \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_6^B \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}\cdot\{K\} \quad , \quad \dfrac{\partial C_6^B}{\partial M_w} = -\dfrac{r\cdot\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_6^B \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}\cdot\{K\} \\[2ex]
K = \dfrac{Y_6^D \cdot I^D \cdot \left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}} + \dfrac{Y_6^E \cdot I^E \cdot \left\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}\right\}}{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_6^B}{\partial Y_6^D} = -\dfrac{r\cdot M_w \cdot I^D \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}}\}}{Y_6^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, \quad \dfrac{\partial C_6^B}{\partial I^D} = -\dfrac{r\cdot M_w \cdot Y_6^D \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}}\}}{Y_6^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^D]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_6^B}{\partial Y_6^E} = -\dfrac{r\cdot M_w \cdot I^E \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}\}}{Y_6^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, \quad \dfrac{\partial C_6^B}{\partial I^E} = -\dfrac{r\cdot M_w \cdot Y_6^E \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}}\}}{Y_6^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^E]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}
\end{array}\right\}$$

(e),

$$\mathbf{U}_{C_6^B} = \sqrt{\mathbf{X} + \mathbf{Y}}$$

$$\mathbf{X} = \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial Y_6^B} \cdot U_{Y_6^B}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial N_6} \cdot U_{N_6}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial G_{BKG_6}} \cdot U_{G_{BKG}(6)}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial E(EN_6)} \cdot U_{E(EN_6)}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial r} \cdot U_r\right)^2 \quad \text{(f)}$$

$$\mathbf{Y} = \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial M_w} \cdot U_{M_w}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial Y_6^D} \cdot U_{Y_6^D}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial I^D} \cdot U_{I^D}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial Y_1^E} \cdot U_{Y_1^E}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_6^B}{\partial I^E} \cdot U_{I^E}\right)^2$$

3.) $\Pi_8^B = 100 - \Pi_8^F \quad \Rightarrow \quad R_8^B = R_8 - R_8^F \quad \Rightarrow \quad R_8^B = \dfrac{N_8 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_8}]}{E(EN_8) \cdot T_1} - \dfrac{r \cdot M_w \cdot Y_8^F \cdot I^F \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^F]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^F]\}} \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \frac{Y_8^B \cdot C_8^B \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}} = \frac{N_8 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_8}]}{E(EN_8) \cdot T_1} - \frac{r \cdot M_w \cdot Y_8^F \cdot I^F \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^F]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^F]\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{C_8^B = \frac{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_8^B \cdot \{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \cdot \left\{\frac{N_8 - [(T_1/T_{1_{BKG}}) \cdot G_{BKG_8}]}{E(EN_8) \cdot T_1} - \frac{r \cdot M_w \cdot Y_8^F \cdot I^F \cdot \left\{1 - e^{-\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^F]\}}\right\}}{\{[(\ln 2) \cdot T_1]/[(1-F) \cdot T_{1/2}^F]\}}\right\}} \quad \text{(g)} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{ll}
\dfrac{\partial C_8^B}{\partial Y_8^B} = -\dfrac{C_8^B}{Y_8^B}, & \dfrac{\partial C_8^B}{\partial N_8} = \dfrac{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_8^B \cdot E(EN_8)\cdot T_1 \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_8^B}{\partial G_{BKG_8}} = -\dfrac{(T_1/T_{1_{BKG}})\cdot\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}{Y_8^B \cdot E(EN_8)\cdot T_1 \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, & \dfrac{\partial C_8^B}{\partial E(EN_8)} = -\dfrac{\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{N_8 - [(T_1/T_{1_{BKG}})\cdot G_{BKG_8}]\}}{Y_8^B \cdot [E(EN_8)]^2 \cdot T_1 \cdot \{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_8^B}{\partial r} = -\dfrac{M_w \cdot Y_8^F \cdot I^F \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}}\}}{Y_8^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, & \dfrac{\partial C_8^B}{\partial M_w} = -\dfrac{r \cdot Y_8^F \cdot I^F \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}}\}}{Y_8^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}} \\[2ex]
\dfrac{\partial C_8^B}{\partial Y_8^F} = -\dfrac{r \cdot M_w \cdot I^F \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}}\}}{Y_8^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}, & \dfrac{\partial C_8^B}{\partial I^F} = -\dfrac{r \cdot M_w \cdot Y_8^F \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}}\}}{Y_8^B \cdot \{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^F]\}\cdot\{1-e^{-\{[(\ln 2)\cdot T_1]/[(1-F)\cdot T_{1/2}^B]\}}\}}
\end{array} \right\}$$

(h),

$$\boxed{U_{C_8^B} = \sqrt{\left(\frac{\partial C_8^B}{\partial Y_8^B}\cdot U_{Y_8^B}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_8^B}{\partial N_8}\cdot U_{N_8}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_8^B}{\partial G_{BKG_8}}\cdot U_{G_{BKG}(8)}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_8^B}{\partial E(EN_8)}\cdot U_{E(EN_8)}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_8^B}{\partial r}\cdot U_r\right)^2 + \left(\frac{\partial C_8^B}{\partial M_w}\cdot U_{M_w}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_8^B}{\partial Y_8^F}\cdot U_{Y_8^F}\right)^2 + \left(\frac{\partial C_8^B}{\partial I^F}\cdot U_{I^F}\right)^2}}$$

(i)

4.) $$I^B = \frac{\sum\limits_{m=1,6,8} \dfrac{C_m^B}{(U_{C_m^B})^2}}{\sum\limits_{m=1,6,8} \dfrac{r\cdot M_w}{(U_{C_m^B})^2}} \Rightarrow I^B = \frac{\dfrac{C_1^B}{(U_{C_1^B})^2} + \dfrac{C_6^B}{(U_{C_6^B})^2} + \dfrac{C_8^B}{(U_{C_8^B})^2}}{\dfrac{r\cdot M_w}{(U_{C_1^B})^2} + \dfrac{r\cdot M_w}{(U_{C_6^B})^2} + \dfrac{r\cdot M_w}{(U_{C_8^B})^2}} \Rightarrow \boxed{I^B = \frac{C_1^B\cdot(U_{C_6^B})^2\cdot(U_{C_8^B})^2 + C_6^B\cdot(U_{C_1^B})^2\cdot(U_{C_8^B})^2 + C_8^B\cdot(U_{C_1^B})^2\cdot(U_{C_6^B})^2}{r\cdot M_w\cdot[(U_{C_6^B})^2\cdot(U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2\cdot(U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2\cdot(U_{C_6^B})^2]}},$$

$$U_{I^B} = \left\{ \sqrt{\left[\sum_{m=1,6,8} \left(\frac{r \cdot M_w}{U_{C_m^B}} \right)^2 \right]} \right\}^{-1} \cdot \sqrt{1 + \left\{ \frac{\left(\sum_{m=1,6,8} \frac{C_m^B}{(U_{C_m^B})^2} \right)^2}{\sum_{m=1,6,8} \frac{1}{(U_{C_m^B})^2}} \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w} \right)^2 \right] \right\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad U_{I^B} = \sqrt{\frac{1}{(r \cdot M_w)^2 \cdot \left(\frac{1}{(U_{C_1^B})^2} + \frac{1}{(U_{C_6^B})^2} + \frac{1}{(U_{C_8^B})^2} \right)}} \cdot \sqrt{1 + \left\{ \frac{\left(\frac{C_1^B}{(U_{C_1^B})^2} + \frac{C_6^B}{(U_{C_6^B})^2} + \frac{C_8^B}{(U_{C_8^B})^2} \right)^2}{\frac{1}{(U_{C_1^B})^2} + \frac{1}{(U_{C_6^B})^2} + \frac{1}{(U_{C_8^B})^2}} \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w} \right)^2 \right] \right\}} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{U_{I^B} = \sqrt{\frac{(U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2}{(r \cdot M_w)^2 \cdot [(U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2]} + \left\{ (I^B)^2 \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w} \right)^2 \right] \right\}}},$$

$$I_{DC}^B = I^B \cdot e^{[(\ln 2) \cdot (T_d / T_{1/2}^B)]} \quad \Rightarrow \quad \boxed{I_{DC}^B = \frac{C_1^B \cdot (U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + C_6^B \cdot (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + C_8^B \cdot (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2}{r \cdot M_w \cdot [(U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2]} \cdot e^{[(\ln 2) \cdot (T_d / T_{1/2}^B)]}},$$

$$U_{I_{DC}^B} = U_{I^B} \cdot e^{[(\ln 2) \cdot (T_d / T_{1/2}^B)]} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{U_{I_{DC}^B} = e^{[(\ln 2) \cdot (T_d / T_{1/2}^B)]} \cdot \sqrt{\frac{(U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2}{(r \cdot M_w)^2 \cdot [(U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2]} + \left\{ (I^B)^2 \cdot \left[\left(\frac{U_r}{r} \right)^2 + \left(\frac{U_{M_w}}{M_w} \right)^2 \right] \right\}}}$$

5.) Τελικά, με τις αντικαταστάσεις των (a), (b), (c), (d), (e), (f), (g), (h) και (i) στους τύπους που παράχθηκαν κατά το προηγούμενο (τέταρτο) στάδιο, υπολογίζονται τα ζητούμενα για το ραδιοϊσότοπο του δείγματος **B**:

$$\mathbf{I^B} = \frac{\mathbf{C_1^B \cdot (U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + C_6^B \cdot (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + C_8^B \cdot (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2}}{\mathbf{r \cdot M_w \cdot [(U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2]}} \overset{\begin{bmatrix} & a & \\ b & & c \\ d & & e \end{bmatrix}}{\underset{\begin{bmatrix} f & & g \\ h & & i \end{bmatrix}}{\Rightarrow}} \mathbf{I^B = ...(Bq/kgr)}$$

$$\mathbf{U_{I^B}} = \sqrt{\frac{\mathbf{(U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2}}{\mathbf{(r \cdot M_w)^2 \cdot [(U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2]}} + \left\{ \mathbf{(I^B)^2} \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{U_r}}{\mathbf{r}} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{U_{M_w}}}{\mathbf{M_w}} \right)^2 \right] \right\}} \overset{\begin{bmatrix} & a & \\ b & & c \\ d & & e \end{bmatrix}}{\underset{\begin{bmatrix} f & & g \\ h & & i \end{bmatrix}}{\Rightarrow}} \mathbf{U_{I^B} = ...(Bq/kgr)}$$

$$\mathbf{I_{DC}^B} = \frac{\mathbf{C_1^B \cdot (U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + C_6^B \cdot (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + C_8^B \cdot (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2}}{\mathbf{r \cdot M_w \cdot [(U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2]}} \cdot \mathbf{e}^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^B)]} \overset{\begin{bmatrix} & a & \\ b & & c \\ d & & e \end{bmatrix}}{\underset{\begin{bmatrix} f & & g \\ h & & i \end{bmatrix}}{\Rightarrow}} \mathbf{I_{DC}^B = ...(Bq/kgr)}$$

$$\mathbf{U_{I_{DC}^B}} = \mathbf{e}^{[(\ln 2)\cdot(T_d/T_{1/2}^B)]} \cdot \sqrt{\frac{\mathbf{(U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2}}{\mathbf{(r \cdot M_w)^2 \cdot [(U_{C_6^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_8^B})^2 + (U_{C_1^B})^2 \cdot (U_{C_6^B})^2]}} + \left\{ \mathbf{(I^B)^2} \cdot \left[\left(\frac{\mathbf{U_r}}{\mathbf{r}} \right)^2 + \left(\frac{\mathbf{U_{M_w}}}{\mathbf{M_w}} \right)^2 \right] \right\}} \overset{\begin{bmatrix} & a & \\ b & & c \\ d & & e \end{bmatrix}}{\underset{\begin{bmatrix} f & & g \\ h & & i \end{bmatrix}}{\Rightarrow}} \mathbf{U_{I_{DC}^B} = ...(Bq/kgr)}$$